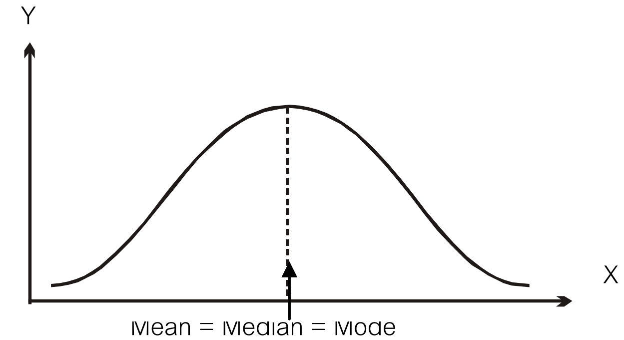
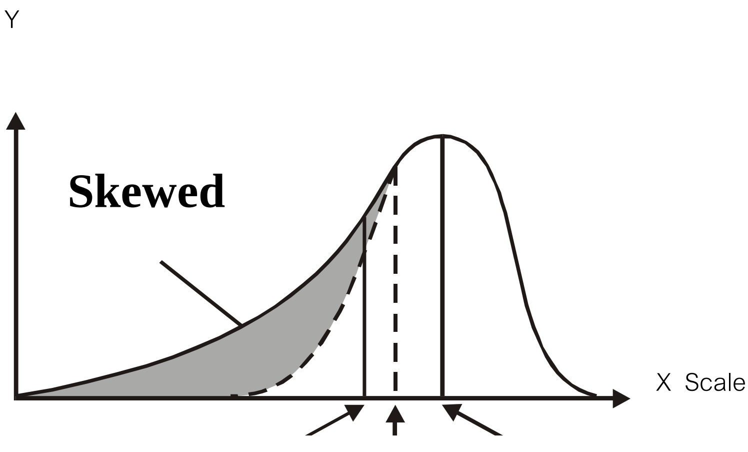
การแจกแจงปกติ

ในการอธิบายลักษณะของข้อมูลที่สนใจนั้น สิ่งสำคัญประการหนึ่ง คือ การทำความเข้าใจในลักษณะของกลุ่มข้อมูลที่เราสนใจว่ามีลักษณะอย่างไร เช่น การวัดแนวโน้มเข้าสู่สาวนกลาง การวัดการกระจาย การวัดความเบ้ การวัดเหล่านี้จะเป็นตัวชี้วัดที่สำคัญของการบอกลักษณะของข้อมูล โดยเฉพาะการใช้แผนภาพมาช่วยในการศึกษาลักษณะของข้อมูล เช่น ข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบสมมาตร ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานและฐานนิยม จะมีค่าเท่ากัน ส่วนข้อมูลที่มีการแจกแจงไม่สมมาตรเบ้ไปข้างใดข้างหนึ่ง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานและฐานนิยมจะมีค่าต่างกัน ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตมากกว่ามัธยฐานและมัธยฐานมีค่ามากกว่าฐานนิยม ($\bar{X}$ > Med. > Mode) ลักษณะของโค้งแห่งการแจกแจงความถี่ของข้อมูลจะมีลักษณะเบ้ขวา (Positively Skewed) แต่ถ้าฐานนิยมมีค่ามากกว่ามัธยฐานและมัธยฐานมีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mode > Med. > $\bar{X}$) ลักษณะของโค้งแห่งการแจกแจงความถี่ของข้อมูล มีลักษณะเบ้ซ้าย (Negatively Skewed) ดังแสดงในรูป

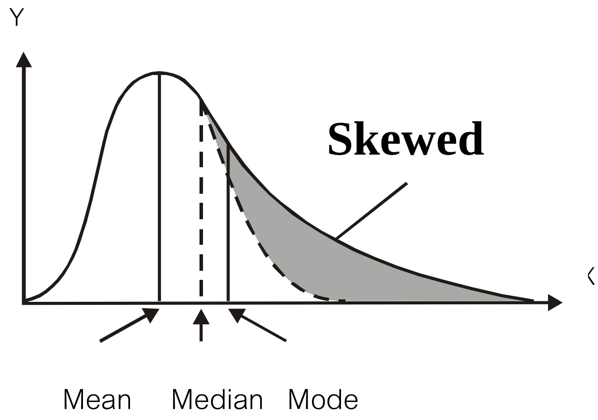


รูปแสดง เส้นโค้งรูประฆังที่ไม่เบ้ จะเห็นว่าข้อมูลมีการแจกแจงสมมาตร mean = median = mode



รูปที่ 2.10 โค้ง

จากรูปที่ 2.10 ข้อมูลมีการแจกแจงเบ้ไปทางซ้าย เพราะพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งทางด้านซ้ายของค่าฐานนิยม มีมากกว่าพื้นที่ทางด้านขวาของค่าฐานนิยม จึงเรียกว่า ข้อมูลนี้เบ้ซ้าย หรือเบ้ลบ



รูปแสดง โค้งเบ้ขวา (Positively Skewed) จะพบว่า ข้อมูลมีการแจกแจงเบ้ไปทางขวา เพราะพื้นที่ใต้เส้นโค้งทางด้านขวาของค่าฐานนิยมมากกว่า พื้นที่ทางด้านซ้ายของค่าฐานนิยม หรือเรียกว่า ข้อมูลชุดนี้เบ้ขวา หรือเบ้บวก

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องที่มีความสำคัญมาก และใช้กันมากที่สุด เนื่องจากข้อมูลต่าง ๆ ส่วนใหญ่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติ หรือใกล้เคียงแบบปกติ การแจกแจงดังกล่าวนี้ นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษชื่อ Abraham De Moivre (1677-1754) เป็นผู้ค้นพบ ต่อมานักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศสชื่อ Pierre Sirmon Laplace (1749-1827) ได้นำเอาการแจกแจงแบบปกติไปประยุกต์ใช้กับวิชาดาราศาสตร์และปัญหาอื่น ๆ นอกจากนั้นผู้ที่นำความรู้เรื่องการแจกแจงปกติไปใช้อย่างกว้างขวางได้แก่ นักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมันชื่อ Carl Friedrich Guass (1777-1855) ผู้ซึ่งได้รับการยกย่องว่าเป็นนักคณิตศาสตร์ที่ยิ่งใหญ่ที่สุดคนหนึ่งของคริสต์ศตวรรษที่ 19 โดยนำไปประยุกต์ใช้ในการศึกษาทางฟิสิกส์และดาราศาสตร์ การแจกแจงแบบปกติ เรียกกันว่า การแจกแจงรูประฆัง (Bell-Shaped Distribution) หรือ การแจกแจงแบบเกาส์ (Guassian Distribution)

คุณสมบัติของโค้งปกติ

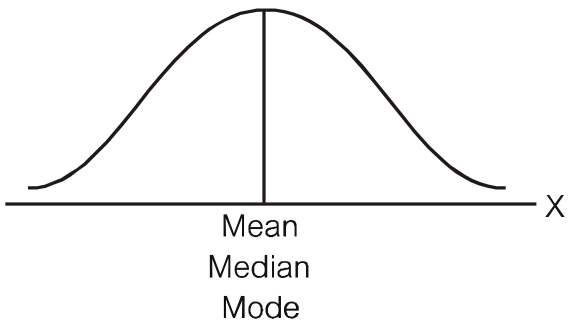
กราฟของการแจกแจงแบบปกติเรียกว่า โค้งปกติ (Normal Curve) ซึ่งมีคุณสมบัติ ดังนี้

1. เส้นโค้งปกติจะไม่มีความเบ้ หรือกล่าวได้ว่า ความเบ้ (Skewness) ของเส้นโค้งปกติมีค่าเท่ากับ 0 (ศูนย์)

2. เส้นโค้งปกติมาตรฐาน (Strandardized Normal Distribution) จะต้องมีความโด่งพอเหมาะโดยถือกันว่าโค้งปกติควรมีความโด่งในลักษณะ Meso kurtic

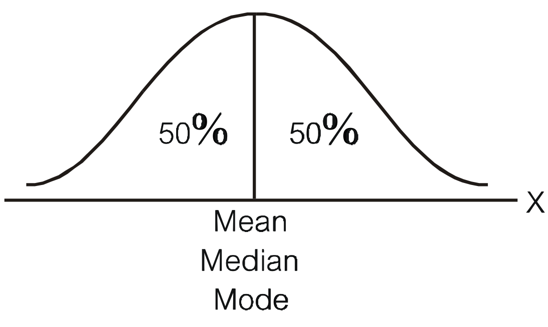
3.เส้นโค้งปกติมีลักษณะคล้ายรูประฆังคว่ำ (bell-shaped) ที่เส้นโค้งทั้งสองข้างจะมีลักษณะสมมาตร (Symmetrical) กับแกนตั้งที่ลากผ่าน μ ค่า ordinate สำหรับ $x = \mu \pm k$ จะเท่ากันเช่น ความสูงของเส้นโค้งตรงจุด $x = \mu + 2\sigma$ จะเท่ากับความสูงตรงจุด $x = \mu - 2\sigma$

4. ค่าเฉลี่ย (Mean) มัธยฐาน (Median) และฐานนิยม (Mode) ของโค้งปกติ จะมีค่าเท่ากัน และจะอยู่ ณ ตำแหน่งตรงกลางดังรูป

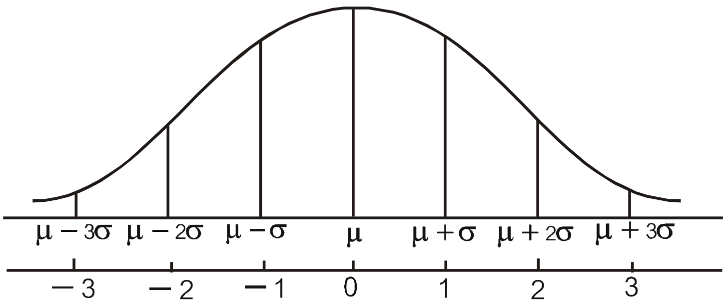


5. เส้นโค้งปกติจะมีแกน X เป็นเส้น asymptote กล่าวคือ ปลายเส้นโค้งทั้งสองข้างจะไม่ตัดแกน X ไม่ว่า x จะมีค่ามากหรือน้อยเพียงใด

6. พื้นที่ใต้โค้งปกติทั้งหมด คือความน่าจะเป็น (Probability) ของ Sample space ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1 หรือ 100% ทุกจุดบนแกนหมายถึง all possible sample points ใน sample space นั้น และเนื่องจากเส้นโค้งมีลักษณะสมมาตร จึงทำให้พื้นที่ทางซีกซ้ายมือ และซีกขวามือเท่ากัน คือมีพื้นที่ซีกละ 50% ของพื้นที่ทั้งหมด

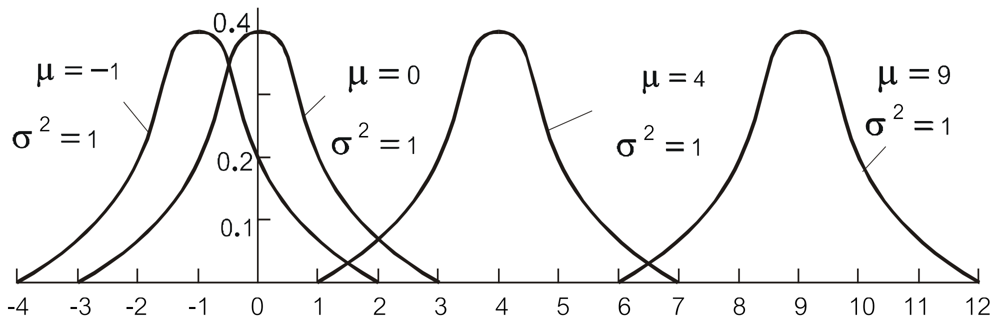


7. พื้นที่ใต้โค้งปกติระหว่างจุดที่เป็น ± 1 ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ประมาณ 68% พื้นที่ระหว่าง ± 2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประมาณ 95% และพื้นที่ระหว่าง ± 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประมาณ 99% ในทางปฏิบัติเรามักหาพื้นที่ที่อยู่ระหว่าง $\pm 3\sigma$ แต่ถ้าเลยออกไปจาก $\pm 3\sigma$ แล้ว พื้นที่จะมีค่าน้อยมาก ดังรูป

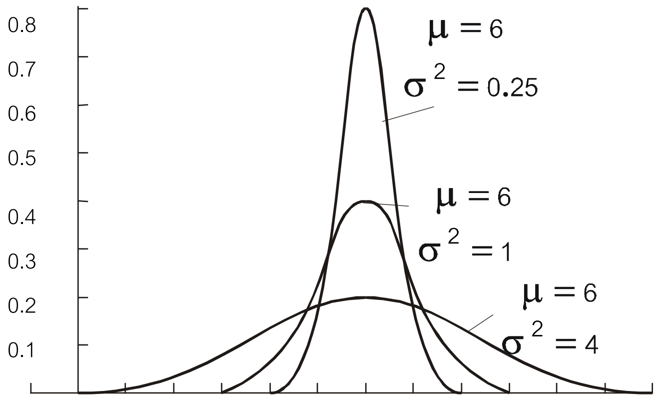


ลักษณะของเส้นโค้งปกติที่มี μ และ σ แตกต่างกัน

รูปกราฟของการแจกแจงปกติจะมีลักษณะรูประฆัง (bell-shaped curve) ซึ่งอาจมีความโด่ง (kurtosis) และตำแหน่ง (position) ต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเฉลี่ย ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของการแจกแจง แต่กราฟของการแจกแจงปกติจะต้องสมมาตรที่จุด $x = \mu$ ดังนั้น ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยมของการแจกแจงต่างเท่ากับ μ จุดสูงสุดของกราฟอยู่ที่จุด $x = \mu$ และจุดเปลี่ยนเว้าอยู่ที่จุด $x = \mu \pm \sigma$



รูปแสดง กราฟการแจกแจงปกติที่ μ ต่างกัน σ^2 เท่ากัน



รูปแสดง กราฟการแจกแจงปกติที่ μ เท่ากัน σ^2 ต่างกัน

จากรูป จะเห็นว่าถ้าความแปรปรวนน้อย การกระจายข้อมูลน้อย กราฟจะมีความโด่งสูง

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ

การหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ที่อยู่ระหว่าง X = a และ X = b มีค่าเท่ากับความน่าจะเป็นระหว่าง X = a และ X = b จะได้ว่า

$$P(a < X < b) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_a^b e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

ซึ่งเป็นการยากที่จะหาค่าความน่าจะเป็นจากการ integrate โดยตรงทุก ๆ ครั้งและเนื่องจากเส้นโค้งปกติมีลักษณะไม่เหมือนกัน เส้นโค้งปกติบางอันมีความโด่งมากและมีฐานแคบ แต่เส้นโค้งปกติบางอันก็เตี้ยและมีฐานกว้าง ขึ้นอยู่กับค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน ค่าความน่าจะเป็น P(a < X < b) ที่ได้จากเส้นโค้งปกติแต่ละอันจึงไม่เท่ากัน ด้วยเหตุนี้จึงต้องแปลงตัวแปรสุ่มปกติ X ให้อยู่ในรูปของตัวแปรสุ่มปกติ Z โดยใช้สูตร

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ Z จะมีค่าเท่ากับ 0 และ 1 ตามลำดับ ดังที่จะพิสูจน์ได้ต่อไปนี้

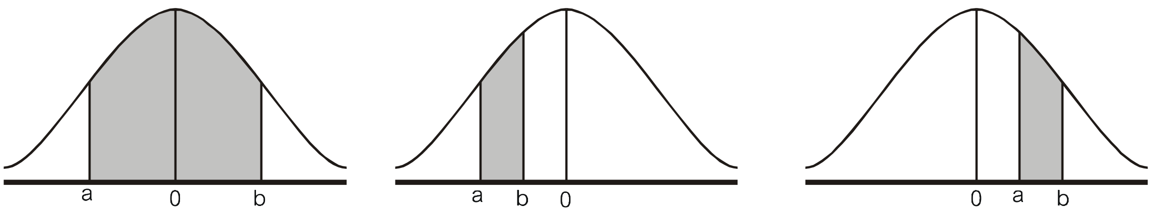
เส้นโค้งปกติมาตรฐานจะแบ่งพื้นที่เป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กันที่ Z = 0 เนื่องจากเส้นโค้งมีลักษณะสมมาตรที่จุด Z = 0

พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานทั้งหมด $= P(-\infty < Z < \infty) = 1$

พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานจาก Z = 0 ถึง Z เข้าสู่ $\infty = P(0 < X < \infty) = 0.5$

พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานจาก Z เข้าสู่ $-\infty$ ถึง Z = 0 $= P(-\infty < X < \infty) = 0.5$

ดังนั้นการหาความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน ในช่วง (a,b) คือการหาพื้นที่ใต้โค้งปกติที่ Z มีค่าระหว่าง a และ b ดังแสดงในรูปที่ 3.4

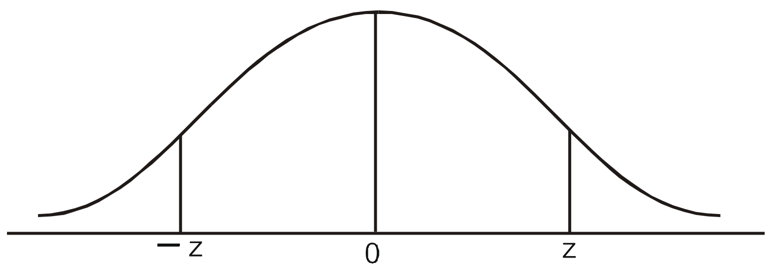


รูปที่ 3.4 แสดง $= P(a < Z < b)$ ในแบบต่าง ๆ

$\because$ $P(a < Z < b) = \int f(z)dz$ ซึ่งสามารถเปิดตารางปกติมาตรฐานจากตาราง ในภาคผนวก นอกจากจะใช้ตารางปกติมาตรฐานแล้วยังต้องใช้คุณสมบัติความสมมาตรเข้าช่วย ดังนี้

$P(Z \le -z) = P(Z \ge z)$ และ

$P(0 < Z < z) = P(-z < Z < 0)$ ดังแสดงในรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 แสดงคุณสมบัติสมมาตรของตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน

ตัวอย่าง ร้านขายของเก่าแห่งหนึ่งรับซื้อกระดาษจากพ่อค้าโดยวิธีชั่งน้ำหนัก ถ้าให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนน้ำหนักของกระดาษ โดยมีหน่วยเป็นกิโลกรัมและมีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนเท่ากับ 5 และ 25 ตามลำดับ จงหา

ก. $P(4 \leq X \leq 6)$

ข. $P(6 \leq X \leq 8)$

ค. $P(X \geq 7)$

ง. $P(X \leq 5.5)$

จ. $P(X \leq 4.5)$

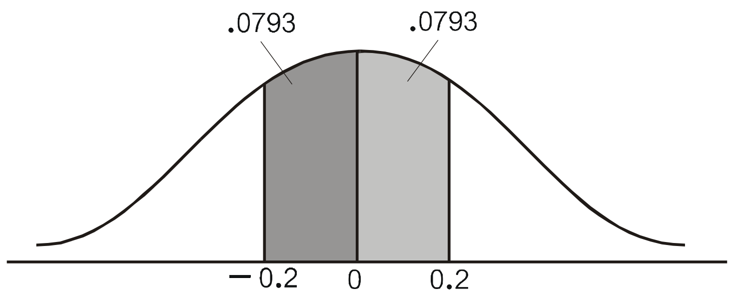
ฉ. $P(X > 8.5)$

วิธีทำ ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนน้ำหนักของกระดาษ

เนื่องจาก X มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่า $\mu = 5$, $\sigma^2 = 25$ และเปลี่ยนตัวแปร X เป็น Z โดยใช้สูตร $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$

ก. $P(4 \leq X \leq 6) = P(\frac{4-5}{5} \leq Z \leq \frac{6-5}{5})$

$= P(-0.2 \leq Z \leq 0.2)$

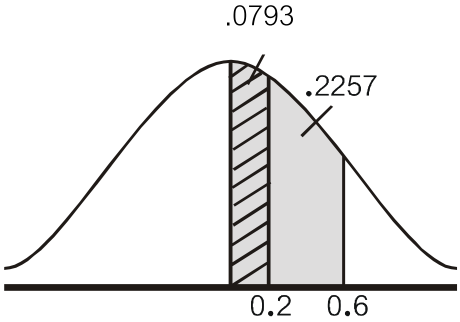


$= 0.0793 + 0.0793$

$= 0.1586$

ข. $P(6 \leq X \leq 8) = P(\frac{6-5}{5} \leq Z \leq \frac{8-5}{5})$

$= P(0.2 \leq Z \leq 0.6)$

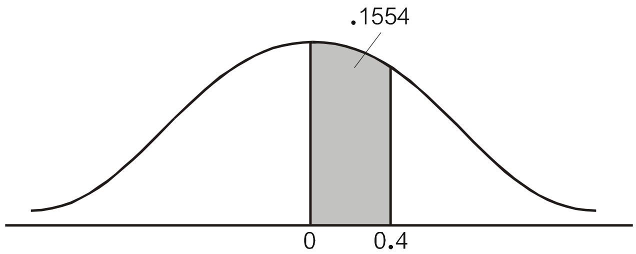


$= .2257 - .0793$

$= .1464$

ค. $P(X \geq 7) = P(Z \geq \frac{7-5}{5})$

$= P(Z \geq 0.4)$

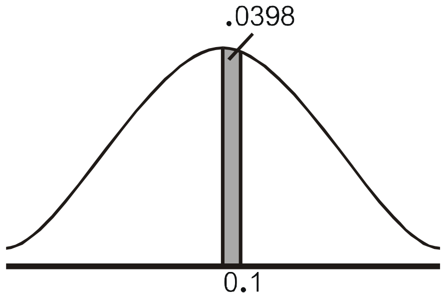


$= 0.5 - 0.1554$

$= 0.3446$

ง. $P(X \leq 5.5) = P(Z \geq \frac{5.5-5}{5})$

$= P(Z \leq 0.1)$

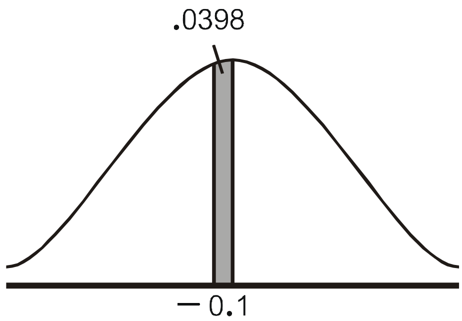


$= 0.5 + 0.0398$

$= 0.5398$

จ. $P(X \leq 4.5) = P(Z \leq \frac{4.5-5}{5})$

$= P(Z \leq -0.1)$

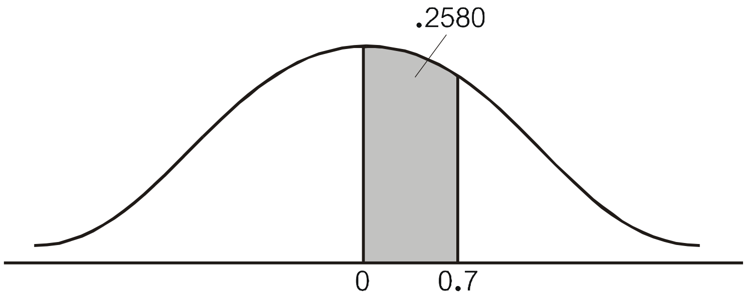


$= 0.5 - 0.0398$

$= 0.4602$

ฉ. $P(X > 8.5) = P(Z > \frac{8.5-5}{5})$

$= P(Z > 0.7)$



$= 0.5 - 0.2580$

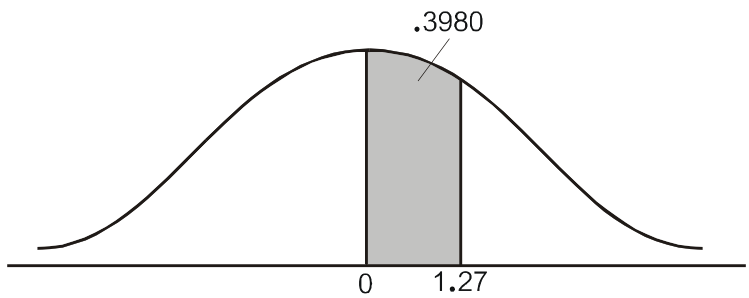
$= 0.2420$

ตัวอย่าง จากประสบการณ์ที่ผ่านมา นักศึกษาในมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งพบว่าคะแนนของการสอบคัดเลือกมีการแจกแจงแบบปกติ ด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 67 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 7.1 คะแนน จงหาความน่าจะเป็นที่จะสุ่มตัวอย่างได้นักศึกษาที่สอบได้คะแนน 76 หรือสูงกว่า

วิธีทำ ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนคะแนนสอบของนักศึกษาในมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง โจทย์กำหนดให้ X มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่า $\mu = 67$, $\sigma = 7.1$

โจทย์ต้องการหา $P(X \geq 76)$ โดยเปลี่ยนให้เป็น Z จากสูตร $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

$$\therefore \quad P(X \geq 76) = P(Z \geq \frac{76-67}{7.1})$$
$$= P(Z \geq 1.27)$$



$$= 0.5 - 0.3980$$
$$= 0.1020$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มตัวอย่างได้นักศึกษาที่สอบได้คะแนน 76 หรือสูงกว่าเท่ากับ 0.1020

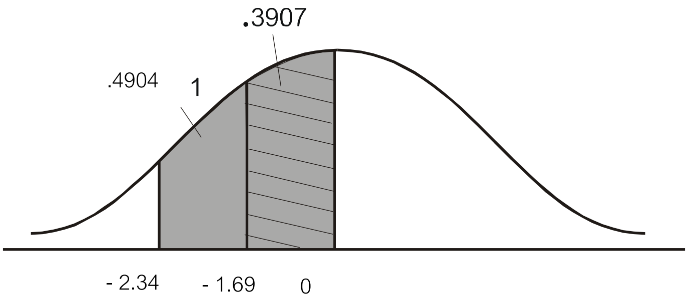
ตัวอย่าง ถ้าอายุใช้งานของโทรทัศน์ยี่ห้อ A มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย 5.1 ปี และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 1.54 ปี ถ้าโทรทัศน์ยี่ห้อ A รับประกันไว้ 2 ปี จงหาโอกาสที่โทรทัศน์ยี่ห้อ A จะเสียในช่วงเวลาที่รับประกัน

วิธีทำ ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนอายุการใช้งานของโทรทัศน์ยี่ห้อ A ที่เสียและ X มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่า $\mu = 5.1$, $\sigma = 1.54$

โจทย์ต้องการหา P(X = 2) นั่นคือ P(1.5 < X < 2.5) โดยเปลี่ยนให้เป็น Z จากสูตร $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

$$\therefore \quad P(1.5<X<2.5)=P(\frac{1.5-5.1}{1.54}<Z<\frac{2.5-5.1}{1.54})$$
$$= P(-2.34 < Z < -1.69)$$

.4545



$= .4904 - .4545$

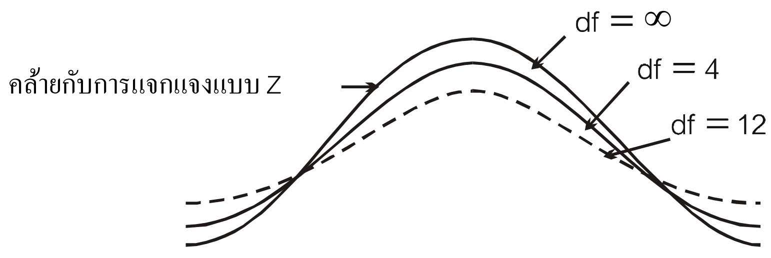
$= .0359$

นั่นคือ โอกาสที่โทรทัศน์ยี่ห้อ A จะเสียในช่วงเวลาที่รับประกัน 2 ปี เท่ากับ 0.0359

3.8.2 การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบที (t-Probability Distribution)

การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบที ค้นพบโดย William S. Gosset เมื่อปี ค.ศ. 1908 โดยขณะนั้นใช้นามปากกาว่า Student จึงเรียกการแจกแจงแบบนี้ว่า Student's t-Distribution หรือเรียกสั้น ๆ ว่า t-Distribution

กราฟของการแจกแจงแบบ t จะมีลักษณะสมมาตรที่ t = 0 แต่จะมีลักษณะแบนและเตี้ยกว่ากราฟของการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน Z และรูปร่างของการแจกแจงจะขึ้นอยู่กับขนาดของตัวอย่างและระดับขั้นความเสรี ถ้าขนาดของตัวอย่าง หรือค่าระดับชั้นความเสรีใหญ่ขึ้น เส้นโค้งแบบ t ก็จะมีลักษณะคล้ายเส้นโค้งของการแจกแจงปกติมาตรฐาน Z และเมื่อ $n = \infty$ เส้นโค้งแบบ t และเส้นโค้งแบบ Z ก็จะเท่ากัน ดังรูป



รูป แสดงกราฟของการแจกแจงแบบ t เมื่อมีค่าระดับขั้นความเสรี ต่าง ๆ กัน

คุณสมบัติของการแจกแจงแบบ t

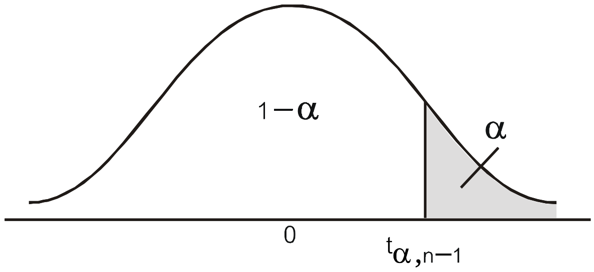
1. เส้นโค้งมีลักษณะสมมาตร (Symmetrical) เมื่อเทียบกับแกน t = 0 แต่มีความโด่งแบบ Platy Kurtic
2. ตัวแปร t มีค่าอยู่ระหว่าง $-\infty$ ถึง ∞
3. มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0

4. โดยทั่วไปการแจกแจงแบบทีจะมีค่าความแปรปรวนมากกว่า 1 แต่ในขณะที่ขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้นเรื่อย ๆ ค่าความแปรปรวนจะมีค่าใกล้เคียง 1

5. ถ้า n มีค่ามากขึ้น การแจกแจงของ t จะมีลักษณะใกล้เคียงการแจกแจงแบบ Z และเมื่อ $n \to \infty$ การแจกแจงแบบ t ก็คือการแจกแจงแบบ Z นั่นเอง

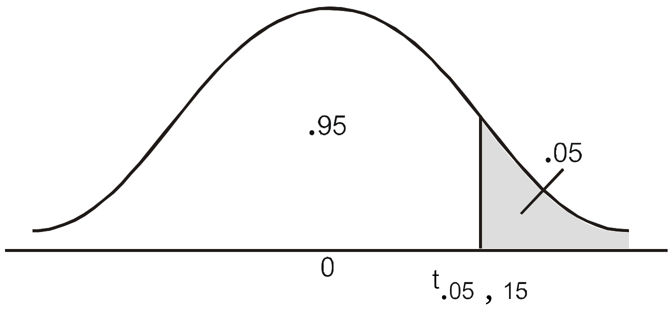
ทฤษฎีบท ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน σ^2 และไม่ทราบค่า σ^2 โดยประมาณด้วยค่าความแปรปรวนกลุ่มตัวอย่าง S^2 จะได้ว่า ตัวแปรสุ่ม $t = \frac{X-\mu}{S}$ จะมีการแจกแจงแบบที ด้วยค่าระดับขั้นความเสรี (df) = n-1

การคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม t จะใช้ตารางที่ 10 ในภาคผนวกซึ่งใช้สัญลักษณ์ $P(T \geq t_\alpha) = \alpha$ ดังรูป



รูปที่ 3.7 แสดง $P(T \geq t_\alpha) = \alpha$

เช่น $t_{.05,15}$ หมายถึง $P(T \geq t_{.05,15}) = .05$ ดังรูป



จากตาราง t จะได้ว่า $t_{.05,15} = 1.75$

นั่นคือ พื้นที่ใต้โค้งจากขวาสุดถึง $t_{.05,15} = .05$

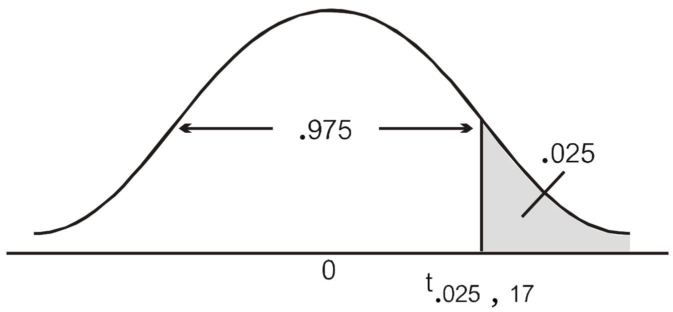
ตัวอย่าง จากตารางแจกแจงความน่าจะเป็นแบบที จงหา

ก. $t_{.025,17}$

ข. $t_{.99,10}$

ค. ค่า t ที่ทำให้ $P(-t < T < t) = .9$ ค่าระดับขั้นความเสรี = 23

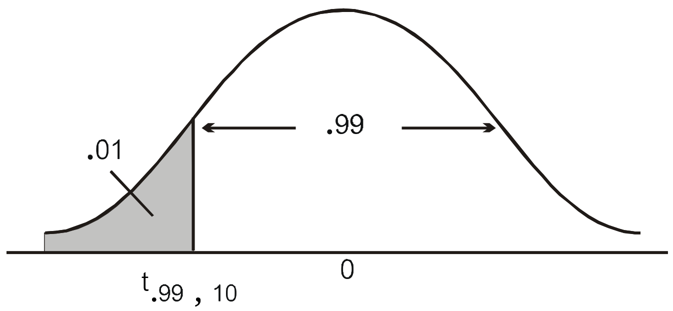
วิธีทำ ก. หาค่า $t_{.025,17}$ จากรูป



จากตาราง จะได้ว่า $t_{.025,17} = 2.11$

นั่นคือ $t_{.025,17} = 2.11$

ข. หาค่า $t_{.99,10}$ จากรูป



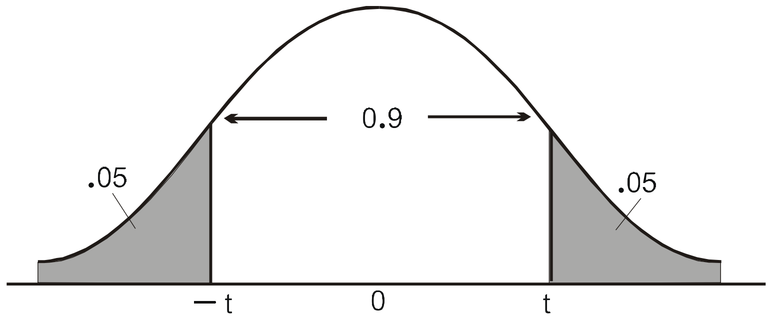
จากตารางไม่สามารถเปิดหาค่า $t_{.99,10}$ ได้โดยตรง แต่สามารถใช้คุณสมบัติ ความสมมาตรของเส้นโค้งที่ทำให้ $t_{.99,10} = -t_{.01,10}$

$= -2.76$

นั่นคือ $t_{.99,10} = -2.76$

ค. โจทย์กำหนดให้ P(-t < T < t) = .9 ด้วยค่า df = 23

เนื่องจากคุณสมบัติความสมมาตรจะได้ว่า P(T < -t) = .05 = P(T > t)



จากตารางที่ 10 จะได้ว่า $-t = -t_{.95,23} = -t_{.05,23}$

$= -1.71$

และ $t = t_{.05,23} = 1.71$

นั่นคือ ค่า t = 1.71 ที่ทำให้ P(-1.71 < T < 1.71) = .9 ที่ระดับขั้นความเสรี เท่ากับ 23

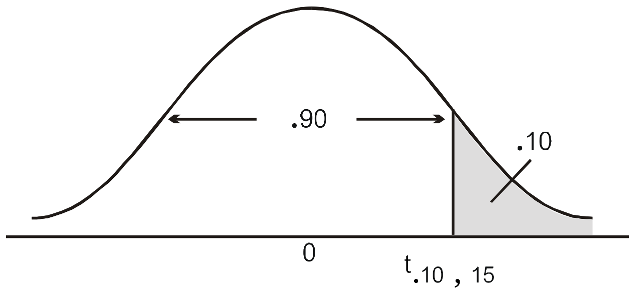
ตัวอย่าง จากตารางแจกแจงความน่าจะเป็นแบบที จงหา

ก. $t_{.10,15}$

ข. $t_{.80,20}$

ค. ค่าของ a ที่ทำให้ P(-a < T < a) = .95 ที่ระดับขั้นความเสรี เท่ากับ 10

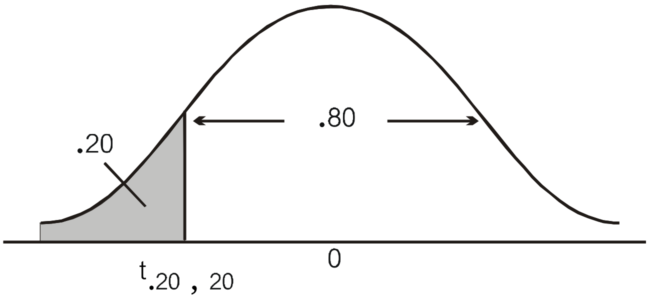
วิธีทำ ก. หาค่า $t_{.10,15}$ จากรูป



จากตารางที่ 10 จะได้ว่า $t_{.10,15} = 1.34$

นั่นคือ $t_{.10,15} = 1.34$

ข. หาค่า $t_{.80,20}$ จากรูป



จากตารางไม่สามารถเปิดหาค่า $t_{.20,20}$ ได้โดยตรง แต่สามารถใช้คุณสมบัติความสมมาตรของเส้นโค้งที่ทำให้ $t_{.80,20} = -t_{.20,20}$

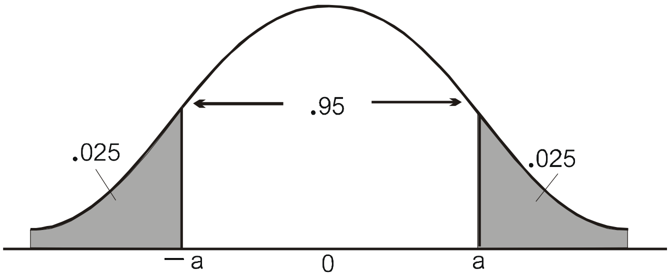
$= -0.86$

นั่นคือ $t_{.80,20} = -0.86$

ค. โจทย์กำหนดให้ $P(-a < T < a) = .95$ ที่ df = 10

เนื่องจากค

จากตาราง



$= -t_{.025,10}$

$= -2.23$

และ $a = t_{.025,10}$

$= 2.23$

นั่นคือ ค่า a = 2.23 ที่ทำให้ $P(-2.23 < T < 2.23) = .95$ ที่มีค่าระดับขั้นความเสรี เท่ากับ 10

ตัวอย่าง ถ้าทราบว่าน้ำหนักของนักเรียนที่อายุ 20 ปี มีการแจกแจงแบบปกติที่มีน้ำหนักเฉลี่ย 47 กิโลกรัม ถ้าสุ่มตัวอย่างนักเรียนที่อายุ 20 ปี มา 10 คน แล้วให้ชั่งน้ำหนักและคำนวณหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ 5.4 กิโลกรัม ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน จากกลุ่ม 10 คน ข้างต้น จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่สุ่มได้จะมีน้ำหนักมากกว่า 50 กิโลกรัม

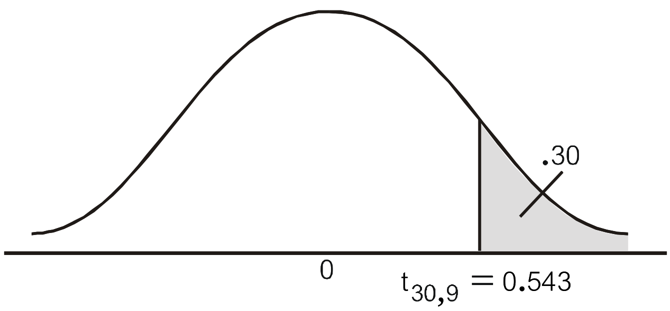
วิธีทำ ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนน้ำหนักของนักเรียนอายุ 20 ปี

โจทย์กำหนดให้ X มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่า μ = 47 , n = 10 , S = 5.4

โจทย์ต้องการหา P(X > 50) เปลี่ยนเป็นตัวแปรสุ่ม t จากสูตร

$$t = \frac{X - \mu}{S}$$

$$\therefore \quad P(X > 50) = P(t > \frac{50 - 47}{5.4})$$
$$= P(t > .56)$$



จากตารางที่ 10 จะได้ว่า P(t > .543) = .30

$$\therefore \quad P(t > .56) \approx .30$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่สุ่มได้จะมีน้ำหนักมากกว่า 50 กิโลกรัม เท่ากับ 0.30

แบบฝึกหัด

1.จากตารางแจกแจงความน่าจะเป็นแบบที จงหา

ก. $t_{.95,9}$

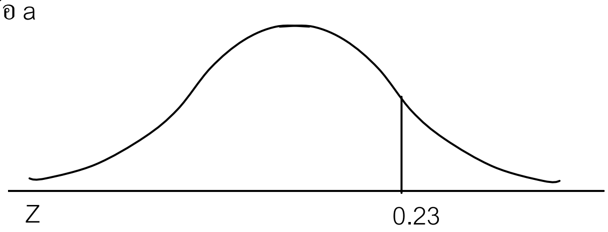
ข. $t_{.05,12}$

ค. ค่าของ t ที่ทำให้ P(-t < T < t) = .95 ที่ระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 18

2.ถ้าทราบว่าน้ำหนักของเงาะกระป๋องยี่ห้อหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติที่มีน้ำหนักเฉลี่ย 135 กรัม ถ้าสุ่มเงาะกระป๋องยี่ห้อนี้มา 12 กระป๋อง แล้วชั่งน้ำหนักแต่ละกระป๋อง คำนวณหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเงาะกระป๋องตัวอย่างได้ 10 กรัม ถ้าเลือกเงาะกระป๋องมา 1 กระป๋อง จากกลุ่มตัวอย่าง 12 กระป๋องข้างต้น จงหาความน่าจะเป็นที่เงาะกระป๋องนั้นจะมีน้ำหนักมากกว่า 149 กรัม

3.จากข้อมูล ใน http://www.geocities.com/athovicha/statbus.html จงตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ a



P(Z ≥ 0.23) มีค่าเท่ากับเท่าใด

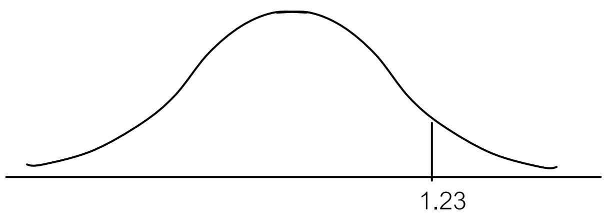
………………………………………………

………………………………………………

………………………………………………

………………………………………………

ข้อ b



P(Z ≤ 1.23) มีค่าเท่ากับเท่าใด

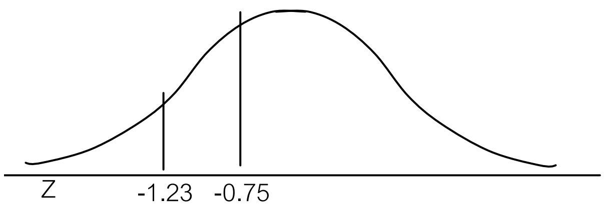
………………………………………………

………………………………………………

………………………………………………

………………………………………………

ข้อ c



P(-1.23 ≤ Z ≤ -0.75) มีค่าเท่ากับเท่าใด

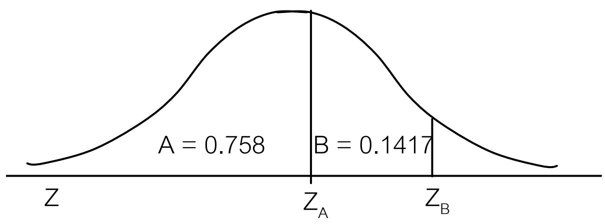
………………………………………………

………………………………………………

………………………………………………

………………………………………………

ข้อ d



จากพื้นที่ A และ B จงหาค่า Z_A และ Z_B

....

....

....

....

4.ร้านขายของเบ็ดเตล็ดแห่งหนึ่งได้รวบรวมข้อมูลจากลูกค้า 300 คน ที่มาซื้อของในร้านพบว่าจำนวนเงินที่ลูกค้าจ่ายแต่ละครั้งแจกแจงเป็นโค้งปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 50 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 บาท อยากทราบว่า

1. มีลูกค้ากี่คนที่จ่ายเงินซื้อของอยู่ระหว่างครั้งละ 60 – 70 บาท
2. มีลูกค้ากี่คนที่จ่ายเงินซื้อของครั้งละมากกว่า 45 บาท

5. ถ้าทราบว่าน้ำหนักของนักเรียนที่อายุ 20 ปี มีการแจกแจงแบบทีที่มีน้ำหนักเฉลี่ย 47 กิโลกรัมถ้าสุ่มตัวอย่างนักเรียนที่มีอายุ 20 ปี มา 10 คน แล้วให้ชั่งน้ำหนักค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ 5.4 กิโลกรัม จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่สุ่มได้จะมีน้ำหนักมากกว่า 50 กิโลกรัม
