

ส่วนประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนรู้

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ชุดที่ 1 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ ประกอบด้วย

1. คำชี้แจงการนำชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)

2. คำแนะนำการทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้

3. สารระ/มาตรฐานการเรียนรู้/ผลการเรียนรู้

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

5. แบบทดสอบก่อนเรียน

6. บัตรเนื้อหาที่ 1 เรื่อง ที่มาและความสำคัญของทฤษฎีกราฟ

7. บัตรกิจกรรมที่ 1 “ที่มาและความสำคัญของทฤษฎีกราฟ”

8. บัตรเนื้อหาที่ 2 เรื่อง ที่มาและความสำคัญของทฤษฎีกราฟ (ต่อ)

9. บัตรเนื้อหาที่ 3 เรื่อง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

10. บัตรกิจกรรมที่ 2 “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์”

11. บัตรกิจกรรมเสริมทักษะ 1

12. บัตรเนื้อหาที่ 4 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ

13. บัตรกิจกรรมที่ 3 “ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ”

14. บัตรเนื้อหาที่ 5 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ (ต่อ)

15. บัตรกิจกรรมที่ 4 “ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ (ต่อ)”

16. บัตรกิจกรรมเสริมทักษะ 2

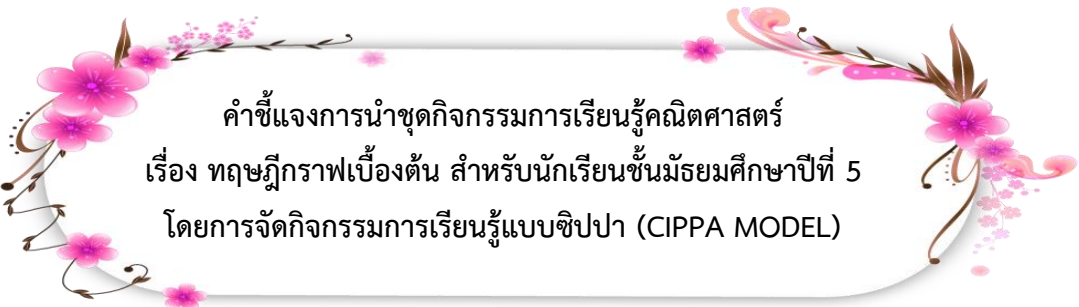
17. บัตรเนื้อหาที่ 6 เรื่องการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนปัญหาโดยใช้กราฟ

18. บัตรกิจกรรมที่ 5 “การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนปัญหาโดยใช้กราฟ”

19. บัตรกิจกรรมเสริมทักษะ 3

20. แบบทดสอบหลังเรียน

21. บรรณานุกรม



คำชี้แจงการนำชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) มีทั้งหมด 5 ชุด

ชุดที่ 1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ	ใช้เวลา 5 ชั่วโมง
ชุดที่ 2 ดีกรีของจุดยอด	ใช้เวลา 3 ชั่วโมง
ชุดที่ 3 แนวเดิน	ใช้เวลา 4 ชั่วโมง
ชุดที่ 4 กราฟออยเลอร์	ใช้เวลา 4 ชั่วโมง
ชุดที่ 5 ระบุจุดกราฟออยเลอร์	ใช้เวลา 6 ชั่วโมง

ชุดนี้เป็นชุดที่ 1 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ จัดทำขึ้นเพื่อให้เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอนและเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา เป็นการทบทวนความรู้ความสามารถด้วยตนเอง ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ดังนั้นก่อนนำชุดกิจกรรมไปใช้ควรปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้ากลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คนเพื่อปฏิบัติกิจกรรม
2. ให้นักเรียนศึกษาและทำความเข้าใจตัวชี้วัดและจุดประสงค์การเรียนรู้ของชุดกิจกรรม
3. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน ใช้เวลา 15 นาที ลงในกระดาษคำตอบ (ทำเป็นรายบุคคล)
4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาความรู้ในบัตรเนื้อหา ศึกษาตัวอย่างที่กำหนดให้ทุกขั้นตอนจนเข้าใจ
5. นักเรียนอภิปรายภายในกลุ่มของตัวเองพร้อมทั้งสรุปความเข้าใจจากการเรียนรู้จากบัตรเนื้อหาใช้เวลา 15 นาที ลงในกระดาษคำตอบ (ทำเป็นรายบุคคล)
6. ทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยความซื่อสัตย์
7. เมื่อทำบัตรกิจกรรมเสร็จแล้วให้นักเรียนแลกเปลี่ยนตรวจกับเพื่อนกลุ่มอื่นโดยรับบัตรเฉลยกิจกรรมจากครูผู้สอน

8. แต่ละกลุ่มอภิปรายผลการทำบัตรกิจกรรม
9. เมื่อสมาชิกภายในกลุ่มมีความรู้และความเข้าใจที่ถูกต้องจากการทำบัตรกิจกรรมแล้ว ให้ทำบัตรกิจกรรมต่อไปได้ และทำตามขั้นตอนเหมือนบัตรกิจกรรมที่ผ่านมา
10. เมื่อมีปัญหาไม่เข้าใจเนื้อหา นักเรียนสามารถขอคำแนะนำ ชี้แนะจากครูผู้สอน
11. นักเรียนทำบัตรกิจกรรมเสริมทักษะด้วยตนเอง
12. การทำบัตรกิจกรรมเสริมทักษะนักเรียนต้องทำถูกต้องให้ผ่านเกณฑ์การประเมิน (ร้อยละ 80) ถ้านักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินต้องกลับไปศึกษาบัตรเนื้อหาใหม่และแก้ไขให้ถูกต้อง
13. ทดสอบหลังเรียน ใช้เวลา 15 นาที ลงในกระดาษคำตอบ (ทำเป็นรายบุคคล)

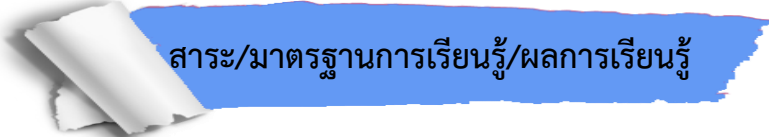


คำแนะนำในการทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ชุดที่ 1
เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ ที่นักเรียนจะได้ศึกษาต่อไปนี้เป็นสื่อประกอบการเรียนของ
นักเรียนและนักเรียนสามารถศึกษา ปฏิบัติกิจกรรมได้ด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนต้องศึกษาจุดประสงค์
การเรียนรู้ ระยะเวลาที่ใช้ในการทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้และเนื้อหาในชุดกิจกรรมให้เข้าใจเพื่อ
เป็นแนวทางการศึกษาดังนี้

1. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง
ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น จำนวน 10 ข้อ
2. นักเรียนแบ่งกลุ่มออกเป็น 9 กลุ่ม กลุ่มละ 5 คนโดยความสามารถของสมาชิกใน
กลุ่มดังนี้ นักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 และอ่อน 2 คน โดยการแบ่งกลุ่มจะใช้คะแนนของ
นักเรียนที่ได้จากการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากบทเรียนในหน่วยก่อนหน้า
3. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ บัตรเนื้อหาและ
ตัวอย่างในชุดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างละเอียดรอบคอบและเป็นลำดับขั้นตอน
4. นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมแต่ละกิจกรรมที่กำหนดให้อย่างเต็มความสามารถโดยสมาชิก
ในกลุ่มช่วยเหลือซึ่งกันและกัน หากนักเรียนมีข้อสงสัยให้สอบถามครูผู้สอน เพื่อครูผู้สอนจะได้
อธิบายให้เข้าใจตรงกัน
5. นักเรียนทำบัตรกิจกรรมเสริมทักษะด้วยตนเอง
6. นักเรียนจะต้องทำบัตรกิจกรรมเสริมทักษะให้ถูกต้องผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 หากไม่ผ่าน
เพื่อน ๆ ในกลุ่มต้องช่วยกันอธิบายโดยสามารถศึกษาจากบัตรเนื้อหาได้
7. เมื่อศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดที่ 1 เสร็จเรียบร้อยแล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบ
เป็นรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจและเปรียบเทียบความก้าวหน้าทางการเรียน
8. นักเรียนจะต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองและผู้อื่นในการทำบัตรกิจกรรมเสริมทักษะ
เพราะการลอกคำตอบถือว่าทุจริตและจะทำให้นักเรียนไม่ได้ความรู้อะไรเลย





สาระ/มาตรฐานการเรียนรู้/ผลการเรียนรู้

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ผลการเรียนรู้

เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้



จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K)

1. มีความรู้ ความเข้าใจความสำคัญของทฤษฎีกราฟในฐานะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาอื่น ๆ
2. สามารถแก้ปัญหาชวนคิดที่เกี่ยวกับกราฟได้
3. สามารถสื่อสาร/นำมาเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งกันและกันได้
4. หาเซตของจุดยอด $V(G)$ และเซตของเส้นเชื่อม $E(G)$ ของกราฟที่กำหนดให้ได้
5. เขียนกราฟ G เมื่อกำหนดเซตของจุดยอดของ $V(G)$ และเซตของเส้นเชื่อม $E(G)$ มาให้ได้
6. หาจุดยอดประชิดของเส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอดในกราฟที่กำหนดให้ได้
7. หาเส้นเชื่อมขนานและวงวนได้
8. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟเชิงเดียวหรือกราฟหลายเชิง
9. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้กราฟแทนสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
10. สามารถแก้ปัญหาบางปัญหาเป็นแบบจำลองได้

ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (P)

1. มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ
2. มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ (A)

1. ซื่อสัตย์สุจริต
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน



แบบทดสอบก่อนเรียน
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ชุดที่ 1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ผลการเรียนรู้

เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ (K) :

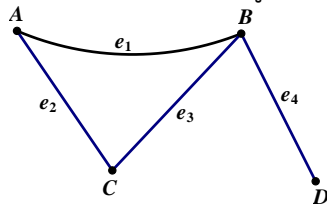
1. มีความรู้ ความเข้าใจความสำคัญของทฤษฎีกราฟในฐานะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาอื่น ๆ
2. สามารถแก้ปัญหาชวนคิดที่เกี่ยวกับกราฟได้
3. สามารถสื่อสาร/นำมาเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งกันและกันได้
4. หาเซตของจุดยอด $V(G)$ และเซตของเส้นเชื่อม $E(G)$ ของกราฟที่กำหนดให้ได้
5. เขียนกราฟ G เมื่อกำหนดเซตของจุดยอดของ $V(G)$ และเซตของเส้นเชื่อม $E(G)$ มาให้ได้
6. หาจุดยอดประชิดของเส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอดในกราฟที่กำหนดให้ได้
7. หาเส้นเชื่อมขนานและวงวนได้
8. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟเชิงเดียวหรือกราฟหลายเชิง
9. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้กราฟแทนสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
10. สามารถแก้ปัญหาบางปัญหาเป็นแบบจำลองได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ใช้เวลา 15 นาที ลงในกระดาษคำตอบ

1. ใฝ่ชายชวนเพื่อนของเธอ 4 คนคือ ฟางแก้ว รวงทอง ปูนาและบัวทิพย์ ไปงานเลี้ยงที่บ้าน เธอสั่งขนมไว้สำหรับเพื่อนของเธอคนละ 1 อย่าง คือ ข้าวเหนียวมะม่วง ก๋วยเตี๋ยวชี่ ลอดช่องน้ำกะทิและสาकुเปี๋ยก ถ้าฟางแก้วชอบทั้งข้าวเหนียวและสาकुเปี๋ยก รวงทองชอบทั้งลอดช่องน้ำกะทิและสาकुเปี๋ยก ปูนาชอบทั้งข้าวเหนียวมะม่วงและก๋วยเตี๋ยวชี่ บัวทิพย์ชอบทั้งก๋วยเตี๋ยวชี่และลอดช่องน้ำกะทิ ใฝ่ชายจะสามารถจัดขนมให้เพื่อนทุกคนได้รับประทานตรงตามความชอบได้ทั้งหมดกี่แบบ

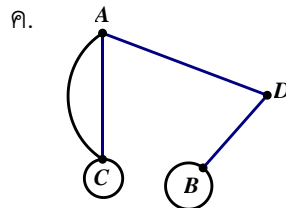
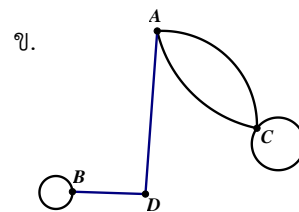
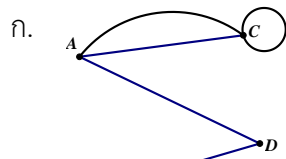
- ก. 1 แบบ ข. 2 แบบ ค. 3 แบบ ง. 4 แบบ

2. จากกราฟ G ข้อใดกล่าวถูกต้อง



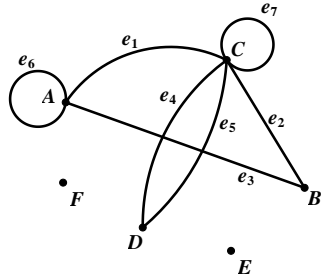
- ก. $V(G) = \{A, B, C, D\}$
 ข. $E(G) = \{e_1, e_2, e_3\}$
 ค. $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$
 ง. ตัวเลือก 1, 3 ถูกต้อง

3. กำหนดกราฟ G มี $V(G) = \{A, B, C, D\}$, $E(G) = \{AC, AC, CC, AD, BD, BB\}$ เขียนแผนภาพแทนกราฟ G ได้ตรงกับข้อใด



ง. ถูกทุกข้อ

จากกราฟจงตอบคำถามข้อ 4 - 7



4. วงวนตรงกับข้อใด

- ก. e_1 ข. e_3 ค. e_4 ง. e_6

5. เส้นเชื่อมคู่ในข้อใดต่อไปนี้ เป็น เส้นเชื่อมคู่ขนาน

- ก. e_1 กับ e_2 ข. e_1 กับ e_3 ค. e_4 กับ e_5 ง. e_6 กับ e_7

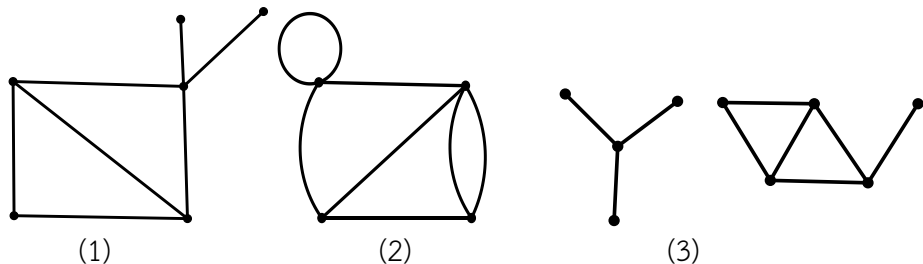
6. ข้อใดเป็นจุดยอดประชิด

- ก. จุดยอด A และจุดยอด D ข. จุดยอด A และจุดยอด C
ค. จุดยอด D และจุดยอด E ง. จุดยอด C และจุดยอด F

7. เส้นเชื่อมในข้อใดไม่ได้เกิดกับจุดยอด A

- ก. e_1 ข. e_3 ค. e_4 ง. e_6

8. กราฟข้อใดเป็นกราฟเชิงเดียว



- ก. กราฟ (1) และ (2) ข. กราฟ (1) และ (3)
ค. กราฟ (2) และ (3) ง. กราฟ (1) , (2) และ (3)

9. การแข่งขันฟุตบอลมีทีมที่สมัครแข่งขันทั้งหมด 5 ทีม ถ้าการแข่งขันเป็นแบบพบกันหมดโดยเขียนแผนภาพของกราฟ G จำลองสถานการณ์การแข่งขันฟุตบอลครั้งนี้และจงหาว่าคณะกรรมการจัดการแข่งขันต้องจัดการแข่งขันทั้งหมดกี่คู่

ก. 5

ข. 8

ค. 10

ง. 12

10. ร้านกาแฟแห่งหนึ่งมีลูกค้าประจำ 6 คน ซึ่งจะมานั่งดื่มกาแฟในเวลาดังนี้

- เกษม และขจร จะมาดื่มกาแฟด้วยกันทุกครั้ง ภายในช่วงเวลา 8.15 – 8.45 น.
- คะเนิง และงาม จะมานั่งดื่มกาแฟด้วยกัน ภายในช่วงเวลา 8.30 – 9.00 น.
- จรูญ มานั่งดื่มกาแฟคนเดียว ภายในช่วงเวลา 8.20 – 8.40 น.
- ฉลอง มานั่งดื่มกาแฟคนเดียว ภายในช่วงเวลา 8.00 – 8.25 น.

ร้านกาแฟจะต้องจัดที่นั่งไว้รับรองลูกค้าประจำกลุ่มนี้ อย่างน้อยที่สุดกี่ที่

(คิดโดยให้จุดยอดแทนตัวลูกค้า และให้เส้นเชื่อมแทนการมีช่วงเวลาทับซ้อนกัน)

ก. 4

ข. 5

ค. 6

ง. 7

กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ชุดที่ 1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ

ชื่อ.....ชั้น ม. 5 / เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				

ข้อ	ก	ข	ค	ง
6				
7				
8				
9				
10				

บัตรเนื้อหาที่ 1

เรื่อง ที่มาและความสำคัญของทฤษฎีกราฟ

ผลการเรียนรู้

เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ (K) :

1. มีความรู้ ความเข้าใจความสำคัญของทฤษฎีกราฟในฐานะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาอื่น ๆ
2. สามารถแก้ปัญหาชวนคิดที่เกี่ยวกับกราฟได้

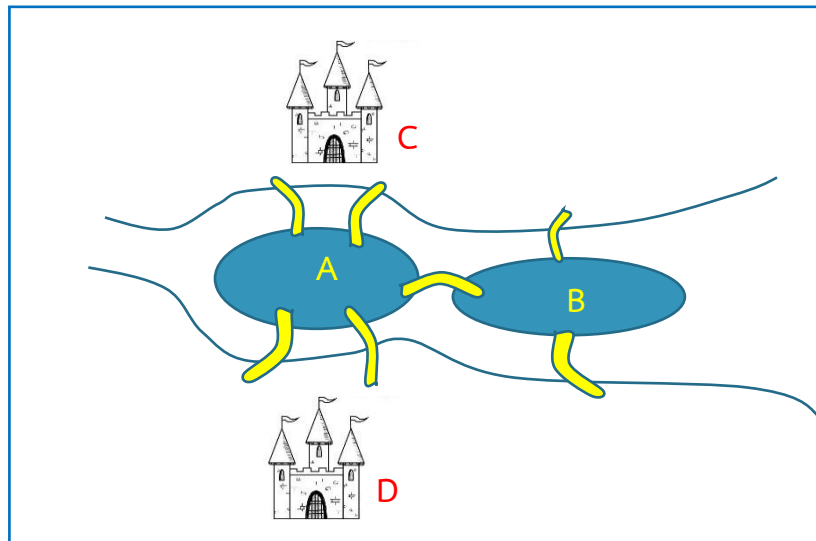
ที่มาและความสำคัญของทฤษฎีกราฟ

ในปัจจุบัน ได้มีการนำความรู้ที่พัฒนาอย่างเป็นระบบมาช่วยในการแก้ปัญหาต่าง ๆ มากกว่า ไม่ว่าจะเป็นปัญหาทางด้านวิทยาศาสตร์ ปัญหาด้านธุรกิจ ปัญหาด้านสังคม เป็นต้น ซึ่งคณิตศาสตร์แขนงหนึ่งที่สามารถนำมาช่วยในการแก้ปัญหาได้ โดยนำปัญหาดังกล่าวมาสร้างเป็น “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” แล้วนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมาวิเคราะห์และศึกษาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการแก้ปัญหาดังกล่าวจะเป็นไปอย่างถูกต้องสมเหตุสมผล และก่อให้เกิดประโยชน์อื่น ๆ อีกมากมาย

การนำปัญหาต่าง ๆ มาสร้างให้อยู่ในรูปตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นทำได้มากมายหลายวิธี และมีอยู่วิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันมากคือ การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในลักษณะแผนภาพ (diagram) และเรียกแผนภาพที่ประกอบด้วยจุดและเส้นว่า กราฟ (Graph) ตัวอย่างปัญหาดังกล่าวได้แก่ ปัญหาเกี่ยวกับการสร้างเครือข่ายของศูนย์บริการทางโทรศัพท์ ปัญหาการออกแบบอาคารต่าง ๆ เป็นต้น ดังนั้นจึงมีการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟเพื่อแสวงหาข้อเท็จจริงต่าง ๆ ซึ่งนำไปสู่การแก้ปัญหาดังกล่าว

ทฤษฎีกราฟเริ่มต้นจากความพยายามในการตอบปัญหาปริศนาต่าง ๆ ซึ่งปริศนาที่เป็นที่รู้จักสำหรับผู้ศึกษาทฤษฎีกราฟ คือ ปัญหาสะพานคอนิกส์เบิร์ก

คริสต์ศตวรรษที่ 18 มีเมืองหนึ่งชื่อ คอนิกส์เบิร์ก (Koningsberg) ตั้งอยู่บนสองฝั่งของแม่น้ำพรีเกล (Pregel) ต่อมาเปลี่ยนชื่อเป็นคาลินินกราด (Kaliningrad) อยู่ในสหภาพโซเวียตรัสเซียทางด้านตะวันออก ปัจจุบันเมื่อสหภาพโซเวียตถูกแบ่งแยกแล้วเมืองนี้สังกัดอยู่กับสหพันธรัฐรัสเซีย เมืองคอนิกส์เบิร์ก ประกอบด้วยเกาะ 2 เกาะ คือ เกาะ A และ เกาะ B ซึ่งเชื่อมระหว่างเกาะกับตัวเมืองด้วยสะพาน 7 แห่ง

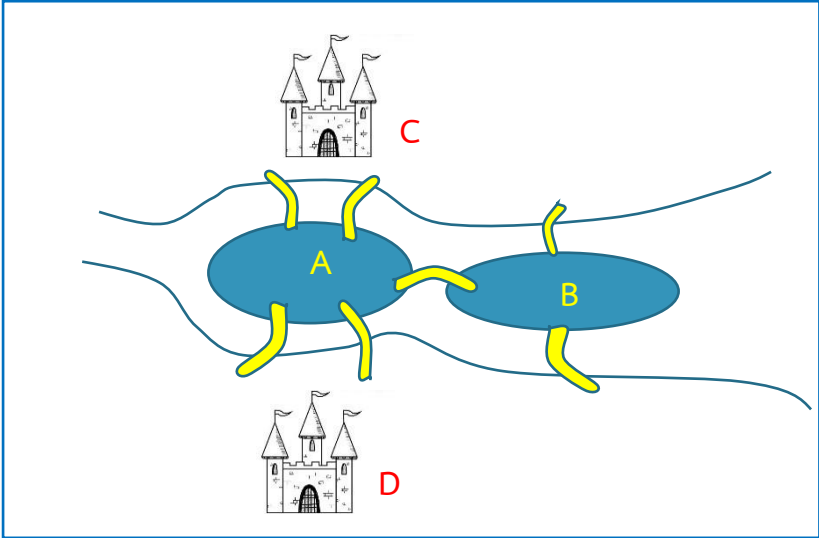


ปัญหาที่นำมาศึกษากันก็คือ เป็นไปได้หรือไม่ที่จะเริ่มต้น ณ ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งแล้วเดินข้ามสะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว แล้วกลับมาตำแหน่งเดิม



บัตรกิจกรรมที่ 1
“เมืองเคอนิกส์เบอร์ก”

คำชี้แจง : ให้นักเรียนช่วยกันอธิบายเป็นไปได้อย่างไรหรือไม่ที่จะเริ่มต้น ณ ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งแล้วเดินข้ามสะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว แล้วกลับมาตำแหน่งเดิม พร้อมทั้งเขียนแผนภาพอธิบายการเดินทาง และตอบคำถามว่าสามารถทำได้หรือไม่ที่จะข้ามสะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว แล้วกลับมาตำแหน่งเดิม



ตอบ =.....

บัตรเนื้อหาที่ 2

เรื่อง ที่มาและความสำคัญของทฤษฎีกราฟ (ต่อ)

ผลการเรียนรู้

เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ (K) :

1. มีความรู้ ความเข้าใจความสำคัญของทฤษฎีกราฟในฐานะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาอื่น ๆ

ปัญหาสะพานเคอนิกส์เบอร์ก ไม่มีผู้ใดตอบจนกระทั่งปี ค.ศ. 1736 เลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonherd Euler) นักคณิตศาสตร์ชาวสวิสเซอร์แลนด์ได้ตีพิมพ์บทความตอบปริศนานี้ว่า “เป็นไปได้”

ปัญหาดังกล่าวได้รับการยกย่องว่าเป็นจุดเริ่มต้นที่ทำให้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีกราฟและผู้ที่แก้ปัญหาดังกล่าวได้คือ ออยเลอร์ ซึ่งต่อมาได้รับการยกย่องว่าเป็น “บิดาของทฤษฎีกราฟ”

ต่อมาเคอร์ชอฟ (Kirchhoff ค.ศ.1824 – 1887) และเคเลย์ (Cayley ค.ศ. 1821 – 1895) ได้ขยายทฤษฎีกราฟให้กว้างขวางยิ่งขึ้น กล่าวคือ เคอร์ชอฟแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับวงจรไฟฟ้า จึงทำให้เกิดการขยายความรู้เบื้องต้นและทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับต้นไม้ (Tree) ซึ่งต้นไม้เป็นกราฟชนิดหนึ่ง ส่วนเคเลย์ได้ศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับต้นไม้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาการหาจำนวนไอโซเมอร์ของสารเคมีบางชนิด นอกจากนี้ยังมีปัญหาที่เกี่ยวข้องกับกราฟอีกจำนวนมากมาย เช่น ปัญหาที่ตั้งขึ้นโดยฮามิลตัน (Hamilton ค.ศ. 1805 – 1865) และปัญหาการระบายสีโดยใช้สีเพียงสี่สีในแผนที่ (The Four Color Problem) ซึ่งปัญหานี้เป็นปัญหาที่มีชื่อเสียงมากที่สุดในทฤษฎีกราฟ

แนวการตอบคำถามของออยเลอร์นี้ สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อีกเช่น

1) ปัญหาบุรุษไปรษณีย์จีน (The Chinese Postman Problem) ปัญหานี้มีอยู่ว่า ถ้ามีถนนสายต่าง ๆ และทราบความยาวของถนนแต่ละสาย บุรุษไปรษณีย์จะต้องเดินทางทั่วทุกถนนเพื่อจ่ายไปรษณีย์ภัณฑ์ทั้งหมด บุรุษไปรษณีย์จะเดินไปทั่วอย่างไรจึงจะทำให้ผลรวมของระยะทางมีค่าต่ำที่สุดและหลังจากที่จ่ายไปรษณีย์ทั้งหมดแล้วจะต้องกลับมาอยู่ที่จุดเริ่มต้น

2) ปัญหาการเดินชมห้องต่าง ๆ ในบ้าน ถ้ารูปคือแปลนบ้านที่ประกอบด้วยห้อง 9 ห้อง โดยมีประตูเชื่อมระหว่างห้องต่าง ๆ และประตูที่เชื่อมระหว่างห้องกับบริเวณข้างนอก

3) ปัญหาการออกแบบหน้าปัดคอมพิวเตอร์ ต้องการทำหน้าที่ปัดรูปร่างแหวนสำหรับบันทึกข้อมูลในรูปความดันกระแสไฟฟ้า 2 สถานะ สถานะหนึ่งเป็น 0 อีกสถานะหนึ่งเป็น 1 โดยแบ่งพื้นที่วงกลมออกเป็นช่องเล็ก ๆ เท่า ๆ กันแต่ละช่องจะบรรจุสัญญาณกระแสไฟฟ้า (ตัวนำหรือฉนวน) อย่างไม่อย่างหนึ่ง ช่องบรรจุตัวนำจะทำสัญญาณเป็น 1 (กระแสไฟฟ้าไหลผ่านได้) ส่วนช่องบรรจุฉนวนจะให้สัญญาณเป็น 0 (กระแสไฟฟ้าไหลผ่านไม่ได้)

4) ปัญหาสาธารณสุขโรค การวางแผนเพื่อวางท่อน้ำ ท่อก๊าซ ท่อไฟฟ้า เป็นต้น

5) การหาจำนวนไอโซเมอร์แบบโครงสร้างในสารประกอบพวกอัลเคนส์

6) เกมส์การท่องเที่ยว ในปี ค.ศ. 1859 นักคณิตศาสตร์ชื่อ เซอร์วิลเลียม ฮามิลตัน ได้ตั้งเกมส์ขึ้นมา โดยใช้วัสดุของแข็งทำเป็นรูปจำลอง 12 หน้า ซึ่งให้แต่ละจุดแทนเมืองสำคัญต่าง ๆ ของโลก 20 แห่ง ปัญหาเกมส์นี้ก็คือให้หาเส้นทางท่องเที่ยวโดยแวะเมืองต่าง ๆ เพียงครั้งเดียวและให้กลับมาที่เดิมและมีเงื่อนไขว่าจะเดินทางจากเมืองหนึ่งไปยังอีกเมืองหนึ่งได้ก็ต่อเมื่อมีเส้นเชื่อมระหว่างเมืองทั้งสองนั้น

7) ปัญหาการระบายสีโดยใช้สีเพียงสี่สี ปัญหานี้เป็นปัญหาการระบายสีแผนที่ประเทศต่าง ๆ บนระนาบ โดยมีเงื่อนไขว่าจะต้องระบายสีให้ประเทศที่มีพรมแดนติดกันมีสีต่างกัน ปัญหาก็คือต้องหาจำนวนสีที่น้อยที่สุดที่ใช้ในการระบายสีของแผนที่แล้วให้ได้ตามเงื่อนไข

บัตรเนื้อหาที่ 3

เรื่อง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model)

ผลการเรียนรู้

เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ (K) :

1. มีความรู้ ความเข้าใจความสำคัญของทฤษฎีกราฟในฐานะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาอื่น ๆ
2. สามารถแก้ปัญหาชวนคิดที่เกี่ยวกับกราฟได้
3. สามารถสื่อสาร/นำมาเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งกันและกันได้

ในการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ สิ่งที่สำคัญก็คือ จะต้องรู้จักนำปัญหาต่าง ๆ มาสร้างเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

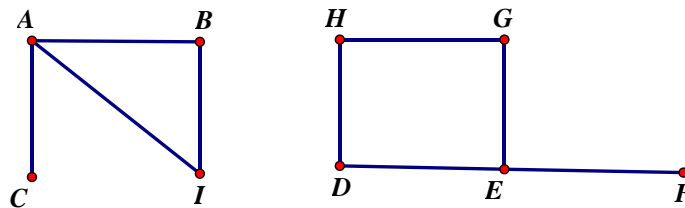
ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) คือ สิ่งที่ได้จากการสร้างเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งออกแบบเพื่อศึกษาปรากฏการณ์จริง รวมถึงการใช้แผนภาพ การสร้างหรือใช้สูตร สมการ อสมการ การจำลอง การทดลอง เป็นต้น

การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้กราฟ คือ การนำข้อมูลของปัญหาต่าง ๆ มาสร้างเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้กราฟที่ประกอบด้วย **จุดและเส้น**



ตัวอย่าง 1 ในประเทศแห่งหนึ่ง มีเมืองอยู่ 9 เมือง คือ A, B, C, D, E, F, G, H, I และมีถนนเชื่อมระหว่างเมืองดังนี้ C - A, I - B, I - A, A - B, G - E, G - H, E - F, D - E และ H - D จงหาว่ามีเส้นทางเชื่อมเมือง C และ เมือง D หรือไม่

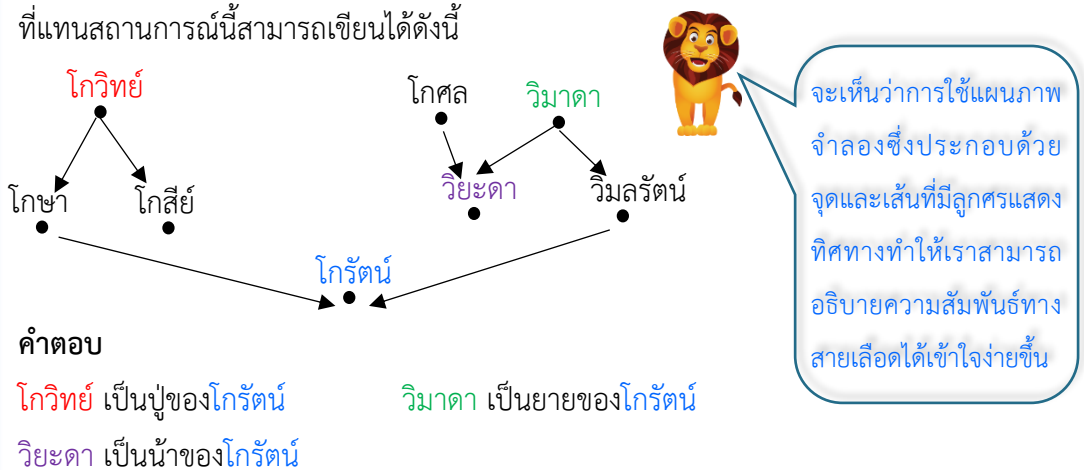
แนวคิด ถ้าเขียนแผนภาพโดยให้จุดแทนตัวอักษรที่กำหนดแทนเมืองและลากเส้นเชื่อมจุดตัวอักษรสองตัวใด ๆ ซึ่งแทนเมืองสองเมืองที่มีถนนเชื่อมระหว่างสองเมืองนั้น จะได้แผนภาพดังนี้



จะเห็นได้ว่า เราไม่สามารถลากเส้นจาก C ไปถึง D โดยผ่านทางเส้นเชื่อมเหล่านี้ได้ แสดงว่าไม่มีถนนเชื่อมเมือง C และเมือง D

ตัวอย่างที่ 2 โกวิทช์เป็นพี่ของโกศล และเป็นพ่อของโกษา โกศลเป็นอาของโกสิย์เขาแต่งงานกับวิมาดา วิมาดามีลูกสาวติดมา 1 คน ก่อนที่จะมาแต่งงานกับโกศล ลูกสาวของเธอชื่อวิมลรัตน์ ซึ่งต่อมาแต่งงานกับโกษาและมีลูกชายเพียงคนเดียวชื่อโกรัตน์ วิมลรัตน์มีน้องสาวคนเดียวคือวิยะดา ตามสถานการณ์ที่กล่าวมาโกวิทช์ วิมาดาและวิยะดาเป็นอะไรกับโกรัตน์

แนวคิด สร้างแผนภาพจำลองแทนสถานการณ์นี้ โดยให้จุดแทนคน เส้นเชื่อมระหว่างจุดสองจุดใด ๆ ที่มีลูกศรแสดงทิศทาง แทนความสัมพันธ์ซึ่งหมายถึง จุดปลายลูกศรเป็นลูก ดังนั้นแผนภาพจำลองที่แทนสถานการณ์นี้สามารถเขียนได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ 3 มีเมืองอยู่ 4 เมือง คือ A, B, C และ D โดยที่

มีถนน 2 สายเชื่อมเมือง A และ B

มีถนน 1 สายเชื่อมเมือง A และ C

มีถนน 1 สายเชื่อมเมือง B และ D

มีถนน 1 สายเชื่อมเมือง A และ D

มีถนน 1 สายเชื่อมเมือง B และ C

ปัญหา จะขับรถจากเมือง C โดยผ่านถนนทุกสายเพียงครั้งเดียวแล้วกลับมาถึงเมือง C ได้หรือไม่

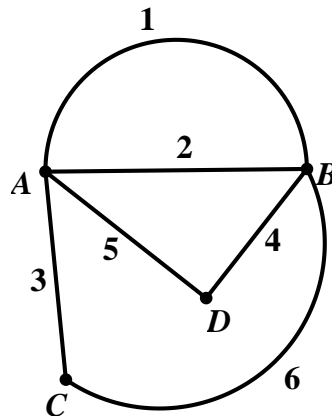
แนวคิด จากข้อมูลที่กำหนดให้ นำมาสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

ให้จุด A, B, C และ D แทนเมืองแต่ละเมืองตามลำดับ

ให้เส้นที่เชื่อมจุด 2 จุดแทน ถนนที่เชื่อมเมืองทั้งสองนั้น

ดังนั้น จากข้อมูลที่กำหนดให้ ถ้าใช้หมายเลข 1, 2, 3, 4, 5 และ 6

แทนถนนแต่ละสายลักษณะของกราฟจะเป็นดังนี้



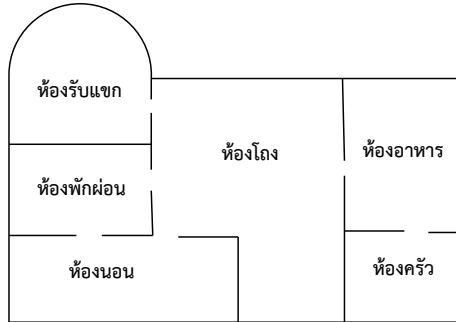
การสำรวจเส้นทาง

พบว่าถ้าขับรถจาก

3 1 2 5 4 6
 $C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C$ (ทำได้หลายแบบ)

คำตอบ ขับรถจากเมือง C โดยผ่านถนนทุกสายเพียงครั้งเดียวแล้วกลับมาถึงเมือง C ได้

ตัวอย่าง 4 ในการออกแบบชั้นล่างของบ้านหลังหนึ่ง สถาปนิกได้ออกแบบไว้ดังนี้

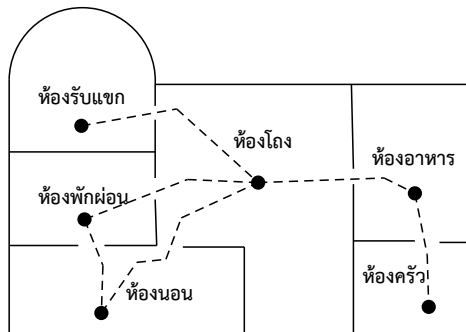


ปัญหา ถ้าจะเดินผ่านห้องทุกห้องโดยมีเงื่อนไขว่าต้องเดินผ่านทุกประตู และแต่ละประตูจะผ่านได้เพียงครั้งเดียว สามารถทำได้หรือไม่ ถ้าทำได้ต้องเริ่มจากที่ใดและไปสิ้นสุดที่ใด

แนวคิด จากข้อมูลที่กำหนดให้ นำมาสร้างเป็นตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ดังนี้

ให้จุดแต่ละจุด แทน ห้องแต่ละห้อง

ให้เส้นที่เชื่อมจุด 2 จุดใด ๆ แทน เส้นทางเดินที่ผ่านประตูแต่ละประตู



คำตอบ สามารถเดินผ่านห้องทุกห้อง และผ่านแต่ละประตูเพียงครั้งเดียวสามารถทำได้ดังนี้ (ทำได้หลายแบบ) ดังนี้

ห้องรับแขก → ห้องโถง → ห้องพักผ่อน → ห้องนอน → ห้องโถง → ห้องอาหาร → ห้องครัว



บัตรกิจกรรมที่ 2 “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์”

คำสั่ง : จงสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อสำรวจและตอบคำถาม

ข้อ 1) มีเมืองอยู่ 4 เมืองคือ A, B, C และ D

โดยที่ มีถนน 2 สายเชื่อมเมือง A และ B

มีถนน 1 สายเชื่อมเมือง A และ C

มีถนน 1 สายเชื่อมเมือง A และ D

มีถนน 1 สายเชื่อมเมือง B และ D

มีถนน 1 สายเชื่อมเมือง B และ C

ปัญหา จะขับรถออกจากเมือง C โดยให้ผ่านถนนทุกสายเพียงครั้งเดียวแล้วกลับมาถึงเมือง C ได้หรือไม่

แนวคิด จากข้อมูลที่กำหนดให้ นำมาสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

ให้จุด A, B, C และ D แทนเมืองแต่ละเมืองตามลำดับ

ให้เส้นที่เชื่อมจุด 2 จุดแทน ถนนที่เชื่อมเมืองทั้งสองนั้น

สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ผลการสำรวจเส้นทาง

คำตอบ

ข้อ 2) คุณแม่มีน้ำหอม 4 ชนิดซึ่งมีกลิ่นต่าง ๆ กันคือ กลิ่นกุหลาบ กลิ่นลาเวนเดอร์ กลิ่นกล้วยไม้ และกลิ่นส้ม คุณแม่ทราบว่าลูกสาว 4 คน คือน้องแหวน กำไล สายสร้อย และร้อยเกล้าชอบน้ำหอมกลิ่นต่าง ๆ ดังนี้

- น้องแหวนชอบน้ำหอมกลิ่นกล้วยไม้และกลิ่นส้ม
- กำไลชอบน้ำหอมกลิ่นกุหลาบและกลิ่นกล้วยไม้
- สายสร้อยชอบน้ำหอมกลิ่นลาเวนเดอร์และกลิ่นกล้วยไม้
- ร้อยเกล้าชอบน้ำหอมกลิ่นกุหลาบ กลิ่นลาเวนเดอร์และกลิ่นส้ม

ปัญหา คุณแม่จะมอบน้ำหอมให้ลูกสาวได้อย่างไรบ้าง จึงจะทำให้ลูกสาวแต่ละคนได้น้ำหอมกลิ่นที่ตนเองชอบ

แนวคิด ให้จุดแทนชื่อคนและชื่อน้ำหอม

ให้เส้นเชื่อมระหว่างจุดสองจุดใด ๆ แทนความสัมพันธ์ซึ่งหมายถึงน้ำหอมที่ชอบ

สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ผลการสำรวจเส้นทาง

คำตอบ

บัตรกิจกรรมเสริมทักษะ 1

คำสั่ง : จงสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อสำรวจและตอบคำถาม

สถานการณ์ ในการจัดสัมมนากลุ่มย่อยของพนักงานขายของบริษัทแห่งหนึ่ง เพื่อพัฒนาประสิทธิภาพของการขายและการบริการลูกค้า กำหนดให้ทุกกลุ่มต้องการมีการสัมมนากลุ่มในวันศุกร์ของทุกสัปดาห์ โดยใช้เวลากลุ่มละ 1 ชั่วโมง ในช่วงเช้าตั้งแต่เวลา 8.00 – 12.00 น. ในการประชุมมีพนักงานขายบางคนต้องเข้าร่วมประชุมมากกว่า 1 กลุ่ม (พนักงานขายบางคนขายผลิตภัณฑ์ของบริษัทมากกว่า 1 อย่าง) ซึ่งมีรายชื่อพนักงานขายที่ประชุมกลุ่มย่อยดังนี้

กลุ่มที่ 1 วิชัย เชษฐา

กลุ่มที่ 2 มานะ กำพล ชลลดา

กลุ่มที่ 3 วิชัย เชษฐา มานะ

กลุ่มที่ 4 เชษฐา ชลลดา

กลุ่มที่ 5 กำพล ชลลดา

กลุ่มที่ 6 มานะ ชลลดา

จากข้อมูลให้ยกตัวอย่างตารางการจัดประชุมกลุ่มที่เป็นไปได้มา 1 แบบ

แนวคิด ให้จุดแทน กลุ่มสัมมนา

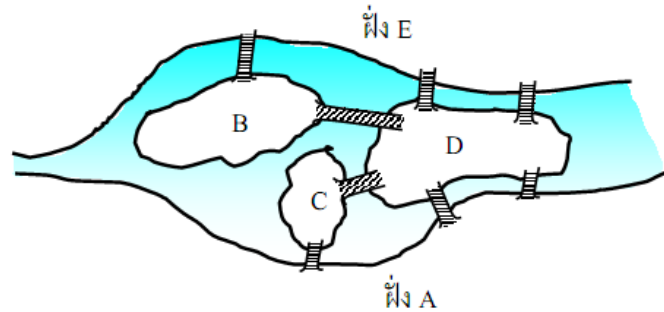
ให้เส้นเชื่อมระหว่างจุดสองจุดใด ๆ แทนความสัมพันธ์ว่าสองกลุ่มมีสมาชิกร่วมกัน

สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ผลการสำรวจเส้นทาง

คำตอบ

2.สวนสาธารณะแห่งหนึ่งมีเกาะ B และ เกาะ C อยู่กลางน้ำ มีสะพานเชื่อมระหว่างเกาะและเชื่อมระหว่างเกาะกับฝั่ง A และฝั่ง E ดังรูป



แนวคิด ให้จุด แทน
 ให้เส้นเชื่อม แทน
 สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ต้องการการสำรวจ

- 1) เป็นไปได้หรือไม่ ที่จะเดินชมสวนสาธารณะนี้ทุกส่วน โดยผ่านสะพานแต่ละสะพานเพียงครั้งเดียวเท่านั้นแล้วกลับมาที่เดิม
- 2) ถ้าตัดสะพานที่เชื่อมฝั่ง A และ D แล้วตัดสะพานเชื่อมฝั่ง E กับเกาะ D ออกอย่างละ 1 สะพานแล้วเดินชมสวนสาธารณะนี้ทุกส่วนตามเงื่อนไขข้อ 1) ได้หรือไม่

คำตอบ

บัตรเนื้อหาที่ 4 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ

ผลการเรียนรู้

เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ (K) :

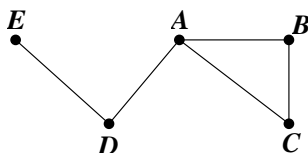
1. มีความรู้ ความเข้าใจความสำคัญของทฤษฎีกราฟในฐานะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาอื่น ๆ
2. สามารถแก้ปัญหาชวนคิดที่เกี่ยวกับกราฟได้
3. สามารถสื่อสาร/นำมาเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งกันและกันได้

บทนิยาม 1 กราฟ (G) ประกอบด้วยเซตจำกัด 2 เซต คือ $V(G)$ และ $E(G)$ โดยที่

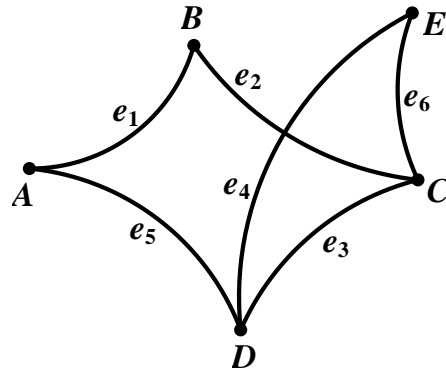
- 1) เซต $V(G)$ คือ เซตของจุดยอด โดยที่ $V(G) \neq \emptyset$
- 2) เซต $E(G)$ คือ เซตของเส้นเชื่อมที่เชื่อมระหว่างจุดยอด 2 จุดใน $V(G)$

ตัวอย่างที่ 1 ให้ G เป็นกราฟ ซึ่งประกอบด้วยเซตของจุดยอด $V(G)$ และเซตของเส้นเชื่อม $E(G)$ ดังนี้ $V(G) = \{A, B, C, D, E\}$, $E(G) = \{AB, AC, AD, BC, DE\}$ จงเขียนกราฟ G

วิธีทำ กราฟ G มีจุดยอด 5 จุด และเส้นเชื่อม 5 เส้นและมีลักษณะดังนี้



ตัวอย่างที่ 2 กำหนดกราฟ G ดังรูป จงหา $V(G)$, $E(G)$



แนวคิด เซตของจุดยอด หรือ $V(G) = \{A, B, C, D, E\}$

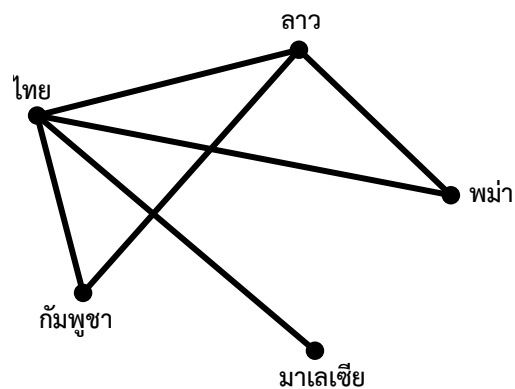
เซตของเส้นเชื่อมระหว่างจุดยอด หรือ $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$

ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนกราฟเมื่อกำหนด $V(G)$ และ $E(G)$ ดังนี้

$V(G) = \{\text{ไทย, ลาว, พม่า, มาเลเซีย, กัมพูชา}\}$

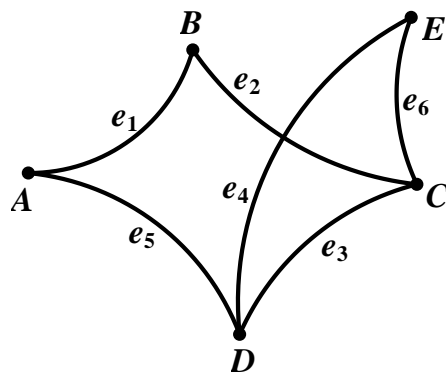
$E(G) = \{\text{ไทยกัมพูชา, ไทยลาว, ไทยพม่า, ไทยมาเลเซีย, ลาวกัมพูชา, พม่าลาว}\}$

เขียนกราฟ G ได้ดังนี้



บทนิยาม 2

- 1) จุดยอด A และจุดยอด V ของกราฟเป็น จุดยอดประชิด ก็ต่อเมื่อ มีเส้นเชื่อมระหว่างจุดทั้งสอง
- 2) เส้นเชื่อม e ของกราฟเกิดกับ จุดยอด V ถ้าจุดยอด V เป็นจุดปลายจุดหนึ่งของเส้นเชื่อม e

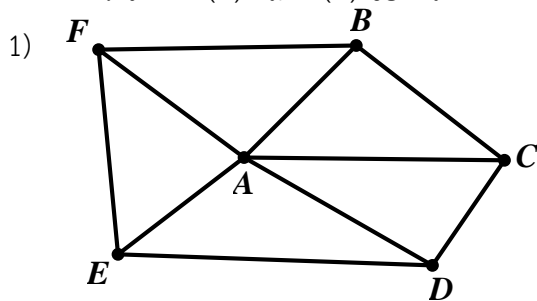


จากกราฟ

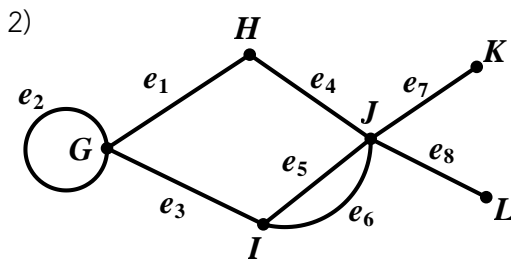
จุดยอดประชิดของ A คือ จุด B เพราะ มีเส้นเชื่อมระหว่าง A และ B
จุดยอดประชิดของ A คือ จุด D เพราะ มีเส้นเชื่อมระหว่าง A และ D
จุดยอดประชิดของ C คือ จุด B เพราะ มีเส้นเชื่อมระหว่าง C และ B
จุดยอดประชิดของ C คือ จุด D เพราะ มีเส้นเชื่อมระหว่าง C และ D
จุดยอดประชิดของ C คือ จุด E เพราะ มีเส้นเชื่อมระหว่าง C และ E
เส้นเชื่อม e_5 เกิดกับจุด A เพราะ จุด A เป็นจุดปลายข้างหนึ่งของ e_5
เส้นเชื่อม e_5 เกิดกับจุด B เพราะ จุด B เป็นจุดปลายข้างหนึ่งของ e_5
เส้นเชื่อม e_4 เกิดกับจุด D เพราะ จุด D เป็นจุดปลายข้างหนึ่งของ e_4
เส้นเชื่อม e_4 เกิดกับจุด E เพราะ จุด E เป็นจุดปลายข้างหนึ่งของ e_4
เส้นเชื่อม e_6 เกิดกับจุด C เพราะ จุด C เป็นจุดปลายข้างหนึ่งของ e_6
เส้นเชื่อม e_6 เกิดกับจุด E เพราะ จุด E เป็นจุดปลายข้างหนึ่งของ e_6

บัตรกิจกรรมที่ 3
“ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ”

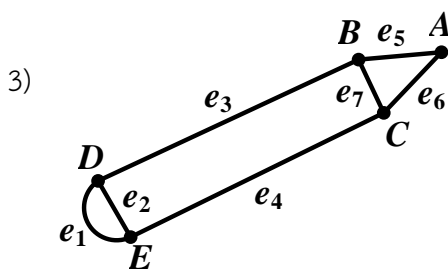
คำสั่ง 1 : จงหา $V(G)$ และ $E(G)$ ของกราฟ G ที่กำหนดให้ต่อไปนี้



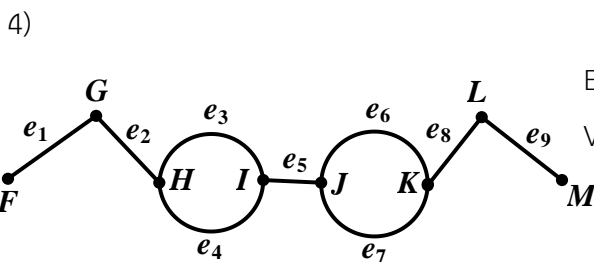
$E(G) = \dots\dots\dots$
 $V(G) = \dots\dots\dots$



$E(G) = \dots\dots\dots$
 $V(G) = \dots\dots\dots$



$E(G) = \dots\dots\dots$
 $V(G) = \dots\dots\dots$



$E(G) = \dots\dots\dots$
 $V(G) = \dots\dots\dots$

คำสั่ง 2 : จงเขียนกราฟเมื่อกำหนดให้

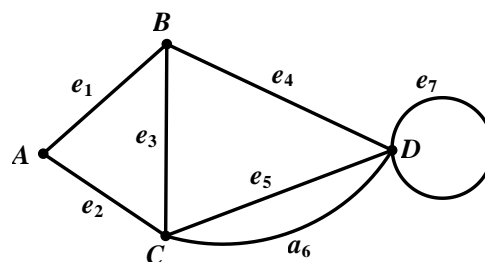
(1) $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$

$E(G) = \{v_1v_2, v_2v_4, v_4v_3, v_3v_4\}$

(2) $V(G) = \{a, b, c, d\}$

$E(G) = \{ab, bd, ac, cd, ad, bc\}$

คำสั่ง 3 กำหนดกราฟต่อไปนี้ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด



- 1) จุดยอด C และ D เป็นจุดยอดประชิด
- 2) จุดยอด A และ D เป็นจุดยอดประชิด
- 3) เส้นเชื่อม e_7 เกิดกับจุดยอด B
- 4) เส้นเชื่อม e_3 เกิดกับจุดยอด C
- 5) เส้นเชื่อม e_2, e_3, e_5, e_6 เกิดกับจุดยอด C

บัตรเนื้อหาที่ 5

เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ (ต่อ)

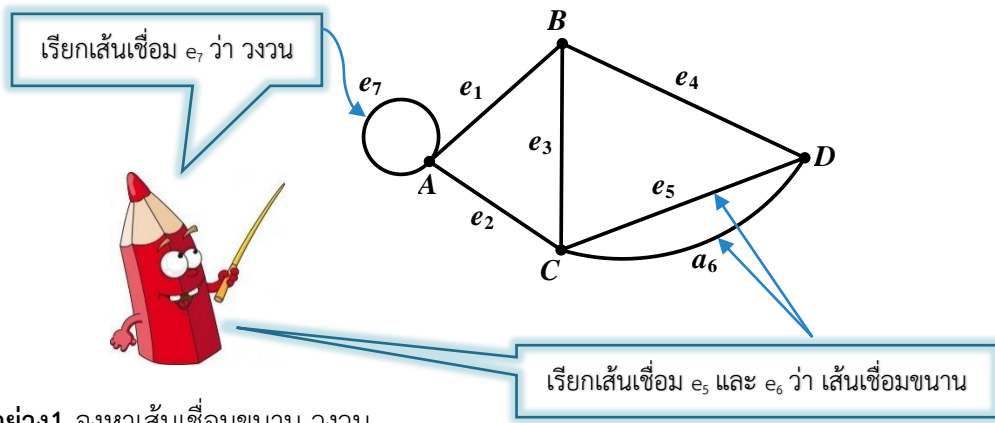
ผลการเรียนรู้

เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

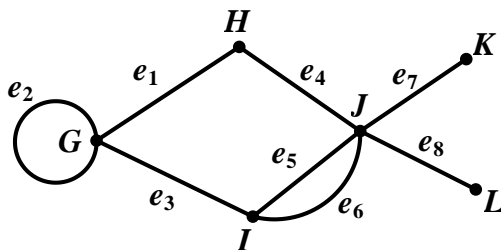
จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ (K) :

1. หาเส้นเชื่อมขนานและวงวนได้
2. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟเชิงเดียวหรือกราฟหลายเชิง

บทนิยาม 3 เส้นเชื่อมตั้งแต่ 2 เส้นที่เชื่อมระหว่างจุดยอดคู่เดียวกัน เรียกว่า **เส้นเชื่อมขนาน** (parallel edges) และเส้นเชื่อมที่เชื่อมจุดยอดเพียงจุดเดียว เรียกว่า **วงวน** (loop)



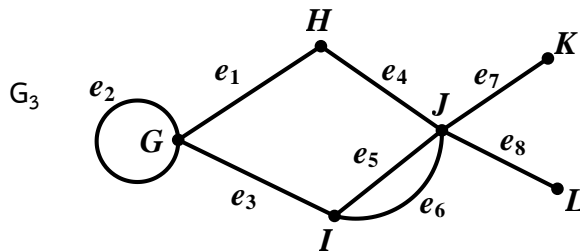
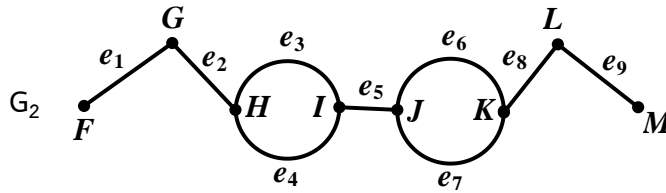
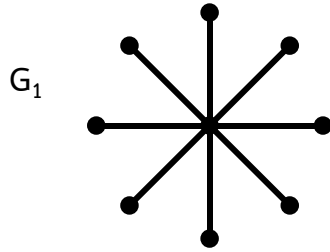
ตัวอย่าง 1 จงหาเส้นเชื่อมขนาน วงวน



เส้นเชื่อมขนาน คือ e_5 และ e_6
วงวน คือ e_2

บทนิยาม4

1. เรียกกราฟที่เส้นเส้นเชื่อมขนานและไม่มีวงวนปรากฏอยู่ว่า กราฟอย่างง่าย หรือกราฟเชิงเดี่ยว (simple graph)
2. เรียกกราฟที่มีเส้นเชื่อมขนานหรือมีวงวนปรากฏอยู่ว่า กราฟหลายเชิง (multigraph)



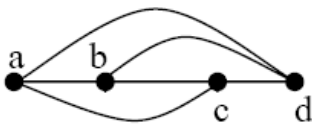
กราฟ G_1 เป็นกราฟเชิงเดี่ยว เพราะไม่มีวงวน ไม่มีเส้นเชื่อมขนาน
กราฟ G_2 เป็นกราฟหลายเชิง เพราะมีเส้นเชื่อมขนาน
กราฟ G_3 เป็นกราฟหลายเชิง เพราะมีวงวนและเส้นเชื่อมขนาน



บัตรกิจกรรมที่ 4
“ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ(ต่อ)”

คำสั่ง : จงใส่เครื่องหมาย ✓ ลงใน และเติมคำตอบในช่องว่างให้สมบูรณ์

1.



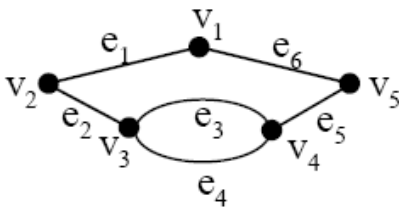
เส้นเชื่อมขนาน ไม่มี มี คือ.....

วงวน ไม่มี มี คือ.....

เป็นกราฟเชิงเดียว เพราะ.....

เป็นกราฟหลายเชิง เพราะ.....

2.



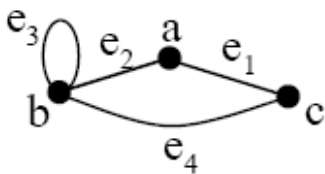
เส้นเชื่อมขนาน ไม่มี มี คือ.....

วงวน ไม่มี มี คือ.....

เป็นกราฟเชิงเดียว เพราะ.....

เป็นกราฟหลายเชิง เพราะ.....

3.



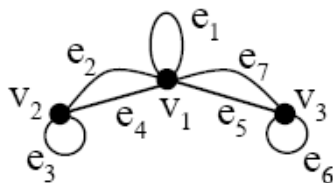
เส้นเชื่อมขนาน ไม่มี มี คือ.....

วงวน ไม่มี มี คือ.....

เป็นกราฟเชิงเดียว เพราะ.....

เป็นกราฟหลายเชิง เพราะ.....

4.



เส้นเชื่อมขนาน ไม่มี มี คือ.....

วงวน ไม่มี มี คือ.....

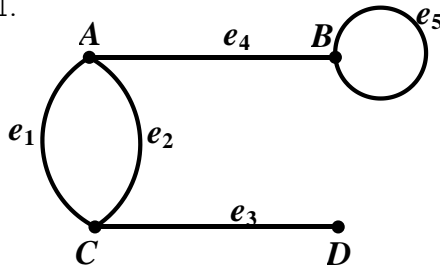
เป็นกราฟเชิงเดียว เพราะ.....

เป็นกราฟหลายเชิง เพราะ.....

บัตรกิจกรรมเสริมทักษะ 2

คำสั่ง : จงเติมคำตอบให้ถูกต้องสมบูรณ์

1.



$V(G) = \dots\dots\dots$

$E(G) = \dots\dots\dots$

เส้นเชื่อมขนาน = $\dots\dots\dots$

วงวน = $\dots\dots\dots$

จุดยอดประชิดกับจุดยอด A = $\dots\dots\dots$

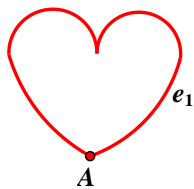
จุดยอดประชิดกับจุดยอด B = $\dots\dots\dots$

จุดยอดประชิดกับจุดยอด C = $\dots\dots\dots$

จุดยอดประชิดกับจุดยอด D = $\dots\dots\dots$

2. จงใส่เครื่องหมาย ✓ ลงใน และเติมคำตอบในช่องว่างให้สมบูรณ์

1.



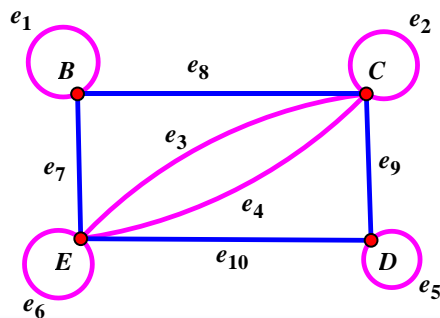
เส้นเชื่อมขนาน ไม่มี มี คือ $\dots\dots\dots$

วงวน ไม่มี มี คือ $\dots\dots\dots$

เป็นกราฟเชิงเดียว เพราะ $\dots\dots\dots$

เป็นกราฟหลายเชิง เพราะ $\dots\dots\dots$

2.



เส้นเชื่อมขนาน ไม่มี มี คือ $\dots\dots\dots$

วงวน ไม่มี มี คือ $\dots\dots\dots$

เป็นกราฟเชิงเดียว เพราะ $\dots\dots\dots$

เป็นกราฟหลายเชิง เพราะ $\dots\dots\dots$

บัตรเนื้อหาที่ 6

เรื่อง การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนปัญหาโดยใช้กราฟ

ผลการเรียนรู้

เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ (K) :

1. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้กราฟแทนสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
2. สามารถแก้ปัญหบางปัญหาเป็นแบบจำลองได้



หลังจากที่นักเรียนได้ศึกษาความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟแล้ว ในหัวข้อต่อไปนี้เป็น การนำความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟมาเชื่อมโยงกับปัญหาหรือสถานการณ์บางอย่าง

การแก้ปัญหบางปัญหาที่ซับซ้อน อาจทำได้โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมแทนปัญหา ซึ่งทำให้เข้าใจปัญหาที่ง่ายขึ้น หลังจากนั้นจึงแก้ปัญหจากแบบจำลองเพื่อหาคำตอบ แล้วนำคำตอบมาอธิบายผลที่เกิดขึ้นกับปัญหาจริง

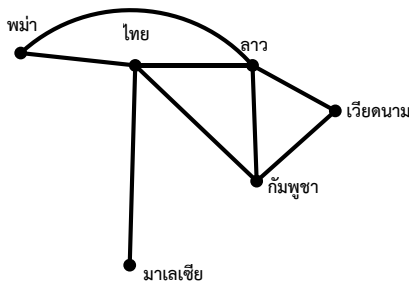
ตัวอย่างการแก้ปัญหาด้านต่าง ๆ เช่น
ปัญหาด้านธุรกิจ ปัญหาด้านอุตสาหกรรม
การจัดการหรือปัญหาในชีวิตประจำวัน



ตัวอย่าง 1 จงเขียนกราฟโดยมีจุดยอด 6 จุดซึ่งแทนด้วยประเทศต่าง ๆ และจุดยอดสองจุดมีเส้นเชื่อมก็ต่อเมื่อประเทศที่แทนด้วยจุดยอดทั้งสองมีอาณาบริเวณติดต่อกัน และถ้าต้องการระบายสีแผนที่ของประเทศทั้ง 6 ประเทศ โดยที่ประเทศที่มีอาณาบริเวณติดต่อกันต้องระบายสีด้วยสีคนละสี จะต้องใส่สีอย่างน้อยที่สุดกี่สี

วิธีทำ ให้ จุด แทน ประเทศ
ให้ เส้นเชื่อม แทน ประเทศที่มีอาณาบริเวณติดต่อกัน

เขียนเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้



แก้ปัญหาจากแบบจำลองได้ดังนี้

สีที่ 1 : พม่า, เวียดนาม, มาเลเซีย

สีที่ 2 : ไทย

สีที่ 3 : ลาว

สีที่ 4 : กัมพูชา

(สามารถทำได้อีกหลายแบบ)

ตอบ ประเทศที่มีอาณาบริเวณติดต่อกันต้องระบายสีด้วยสีคนละสี จะต้องใส่สีอย่างน้อยที่สุด 4 สี

ตัวอย่างที่ 2 ในการจัดตารางสอนของวิชา 6 วิชา คือ วิชาคณิตศาสตร์, วิชาภาษาอังกฤษ, วิชาภาษาไทย, วิชาวิทยาศาสตร์, วิชาสังคมศึกษา และวิชาสุขศึกษา โดยทราบว่า

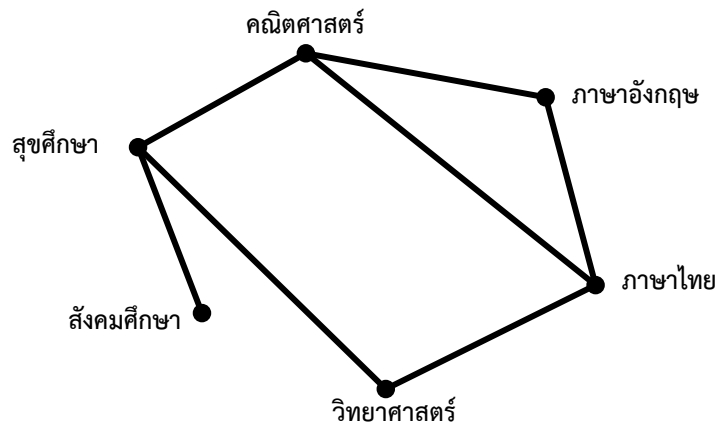
- มีนักเรียนบางคนเรียนวิชา คณิตศาสตร์ และ ภาษาอังกฤษ
- มีนักเรียนบางคนเรียนวิชา คณิตศาสตร์ และ ภาษาไทย
- มีนักเรียนบางคนเรียนวิชา คณิตศาสตร์ และ สุขศึกษา
- มีนักเรียนบางคนเรียนวิชา สุขศึกษา และ สังคมศึกษา
- มีนักเรียนบางคนเรียนวิชา สังคมศึกษา และ วิทยาศาสตร์
- มีนักเรียนบางคนเรียนวิชา วิทยาศาสตร์ และ ภาษาไทย
- มีนักเรียนบางคนเรียนวิชา ภาษาอังกฤษ และ ภาษาไทย

จะสามารถจัดตารางสอบทั้ง 6 วิชา โดยใช้เวลา 3 คาบได้อย่างไร

วิธีทำ ให้ จุด แทน วิชา

ให้ เส้นเชื่อม แทน วิชาที่ไม่สามารถจัดสอบพร้อมกัน

เขียนเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้



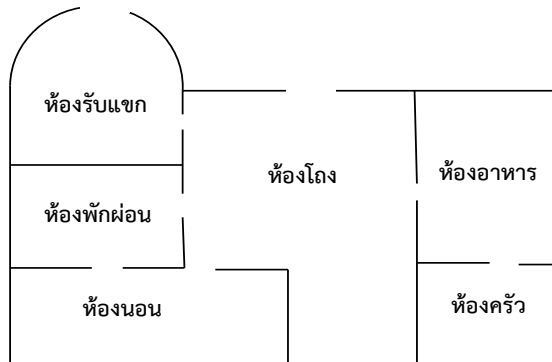
แก้ปัญหาจากแบบจำลองได้ดังนี้

คาบที่ 1 : คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์

คาบที่ 2 : ภาษาอังกฤษ และสุขศึกษา

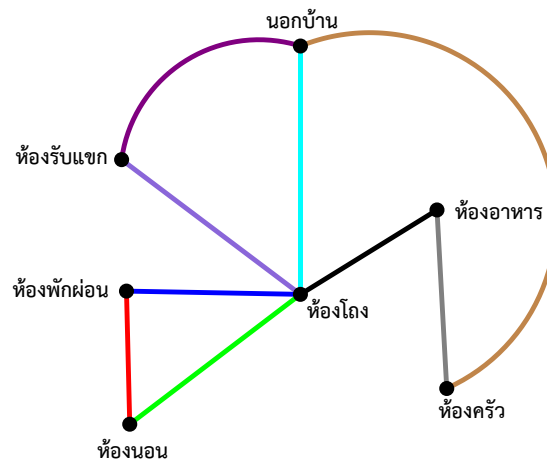
คาบที่ 3 : ภาษาไทย และสังคมศึกษา

ตัวอย่างที่ 3 จากแปลนบ้านหลังหนึ่งมีห้องต่าง ๆ จำนวน 8 ห้อง ให้จำลองแผนผังบ้านด้วยกราฟ เพื่อแสดงทางเชื่อมระหว่างห้อง แต่ละห้องภายในและภายนอกบ้าน และถ้าต้องการระบายสีทางเชื่อมระหว่างห้องทั้งภายในและภายนอกบ้าน โดยระบายด้วยสีคนละสีจะต้องใช้สีอย่างน้อยที่สุดกี่สี



วิธีทำ ให้ จุด แทน วิชา
ให้ เส้นเชื่อม แทน วิชาที่ไม่สามารถจัดสอบพร้อมกัน

เขียนเป็นตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ได้



ตอบ ถ้าต้องการระบายสีทางเชื่อมระหว่างห้องทั้งภายในและภายนอกบ้าน โดยระบายด้วยสีคนละสีจะต้องใช้สีอย่างน้อยที่สุด 9 สี

บัตรกิจกรรมที่ 5 “การแก้ปัญหาโดยใช้กราฟ”

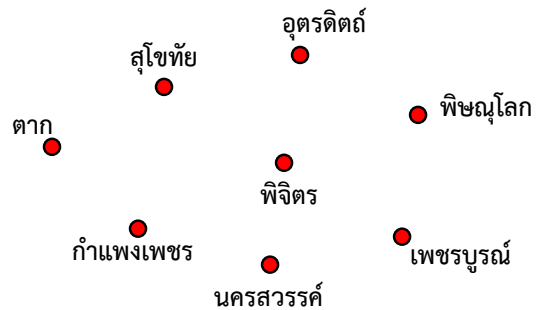
คำสั่ง : ให้นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้กราฟแทนสถานการณ์ต่าง ๆ และแก้ปัญหาบางปัญหาเป็นแบบจำลอง

1. ถ้าต้องการระบายสีแผนที่ของจังหวัดทั้งแปดดังรูป โดยที่จังหวัดที่มีอาณาบริเวณติดต่อกันต้องระบายด้วยสีคนละสี จะต้องใช้สีอย่างน้อยที่สุดกี่สี

จำลองปัญหาด้วยกราฟโดยให้จุดยอดแทน.....
และเส้นเชื่อมระหว่างจุดสองจุดแทน.....



การแก้ปัญหาจากแบบจำลอง



ดังนั้นการระบายสีแผนที่ของจังหวัดทั้งแปด โดยที่จังหวัดที่มีอาณาบริเวณติดต่อกันต้องระบายด้วยสีคนละสี จะต้องใช้สีอย่างน้อยที่สุด สี

2. ในการจัดตารางสอบของวิชา 6 วิชา ในภาควิชาหนึ่ง คือ วิชากฎหมายเบื้องต้น วิชาภาษาอังกฤษเพื่อการสื่อสาร วิชาประวัติศาสตร์อเมริกา วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน วิชาวัดผลและวิชาเต็นรำ ผู้จัดตารางได้นำข้อมูลการลงทะเบียนของนักศึกษามาตรวจสอบและพบว่า

- มีนักศึกษาบางคนเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและภาษาอังกฤษ
- มีนักศึกษาบางคนเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและประวัติศาสตร์อเมริกา
- มีนักศึกษาบางคนเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและเต็นรำ
- มีนักศึกษายางคนเรียนวิชาเต็นรำและกฎหมาย
- มีนักศึกษาบางคนเรียนวิชากฎหมายและวัดผล
- มีนักศึกษาบางคนเรียนวิชาวัดผลและประวัติศาสตร์อเมริกา
- มีนักศึกษาบางคนเรียนวิชาภาษาอังกฤษและประวัติศาสตร์อเมริกา

ถ้านักเรียนเป็นผู้จัดตาราง จะสามารถจัดตารางสอบทั้งหกวิชาโดยใช้เวลาสอบเพียง 3 คาบได้อย่างไร โดยนักศึกษาทุกคนสามารถสอบได้ครบถ้วนตามวิชาที่ตนได้ลงทะเบียนไว้ ให้เขียนแผนภาพของกราฟ G จำลองสถานการณ์การลงทะเบียนของนักศึกษาและจัดตารางสอบได้ 2 แบบ

วิธีทำ ให้ จุด แทน

ให้ เส้นเชื่อม แทน

เขียนเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้

จัดตารางสอบได้ดังนี้

แบบที่ 1

คาบที่ 1 :

คาบที่ 2 :

คาบที่ 3 :

แบบที่ 2

คาบที่ 1 :

คาบที่ 2 :

คาบที่ 3 :

บัตรกิจกรรมเสริมทักษะ 3

คำสั่ง : จากสถานการณ์ที่กำหนดให้จงเขียนแบบจำลองเหตุการณ์แล้วนำความรู้เรื่องกราฟมาประยุกต์ใช้แก้ไขปัญหาในสถานการณ์จริง

กลุ่มโรงเรียนยอดหมอกวิทยาจะจัดการแข่งขันกีฬาฟุตบอล โดยใช้สนามฟุตบอลโรงเรียน A โรงเรียน B และโรงเรียน C มีทีมที่จะลงแข่งขันในช่วงเวลาเดียวกันทั้งหมด 6 ทีม ประกอบไปด้วย ทีม a, b, c, d, e และ f จากผลการจับฉลากพบว่าทีม a แข่งขันกับทีม c, ทีม b แข่งขันกับทีม f และทีม d แข่งขันกับทีม e โดยที่แต่ละทีมประสงค์จะแข่งขันสนามต่อไปนี้

ทีม a ประสงค์จะแข่งขันสนาม A หรือสนาม B ทีม b ประสงค์จะแข่งขันสนาม A หรือสนาม C

ทีม c ประสงค์จะแข่งขันสนาม A หรือสนาม B ทีม d ประสงค์จะแข่งขันสนาม B หรือสนาม C

ทีม e ประสงค์จะแข่งขันสนาม B หรือสนาม C ทีม f ประสงค์จะแข่งขันสนาม C หรือสนาม A

อยากทราบว่า จะสามารถจัดสนามแข่งขันทั้ง 6 ทีม ตามความประสงค์ได้หรือไม่ โดยแต่ละทีมแข่งขันช่วงเวลาเดียวกัน

วิธีทำ ให้ จุด แทน

ให้ เส้นเชื่อม แทน

เขียนเป็นตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ได้

แบบทดสอบหลังเรียน
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ชุดที่ 1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ผลการเรียนรู้

เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุดยอด (vertex) และเส้นเชื่อม (edge) ให้ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้ (K) :

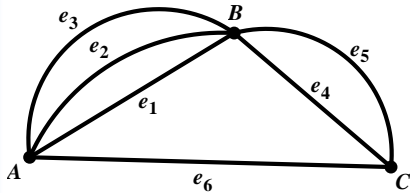
1. มีความรู้ ความเข้าใจความสำคัญของทฤษฎีกราฟในฐานะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่สำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาอื่น ๆ
2. สามารถแก้ปัญหาชวนคิดที่เกี่ยวกับกราฟได้
3. สามารถสื่อสาร/นำมาเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งกันและกันได้
4. หาเซตของจุดยอด $V(G)$ และเซตของเส้นเชื่อม $E(G)$ ของกราฟที่กำหนดให้ได้
5. เขียนกราฟ G เมื่อกำหนดเซตของจุดยอดของ $V(G)$ และเซตของเส้นเชื่อม $E(G)$ มาให้ได้
6. หาจุดยอดประชิดของเส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอดในกราฟที่กำหนดให้ได้
7. หาเส้นเชื่อมขนานและวงวนได้
8. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟเชิงเดียวหรือกราฟหลายเชิง
9. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้กราฟแทนสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
10. สามารถแก้ปัญหาบางปัญหาเป็นแบบจำลองได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ใช้เวลา 15 นาที ลงในกระดาษคำตอบ

1. นิดหน้อยชวนเพื่อน 4 คนคือ นิง นัต นุชและโหน่ง ไปที่บ้าน นิดหน้อยได้สั่งอาหารกลางวันเป็นข้าวผัดไว้ล่วงหน้าสำหรับเพื่อนทั้งสี่คนคนละ 1 จาน เป็นดังต่อไปนี้ ข้าวผัดปู ข้าวผัดกุ้ง ข้าวผัดหมูและข้าวผัดไก่ ถ้าหนิงชอบทั้งข้าวผัดปูและข้าวผัดไก่ นัตชอบทั้งข้าวผัดหมูและข้าวผัดไก่ นุชชอบทั้งข้าวผัดกุ้งและข้าวผัดปูและโหน่งชอบทั้งข้าวผัดหมูและข้าวผัดกุ้ง นิดหน้อยจัดข้าวผัดให้เพื่อนรับประทานตรงตามความชอบได้กี่แบบ

- ก. 1 แบบ ข. 2 แบบ ค. 3 แบบ ง. 4 แบบ

2. จากกราฟ G ข้อใดกล่าวถูกต้อง

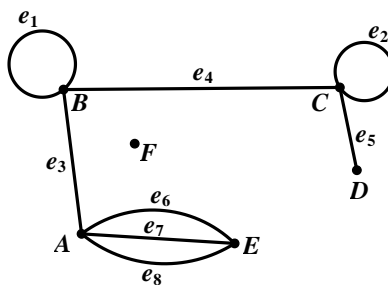


- ก. $V(G) = \{A, B, C\}$ $E(G) = \{e_1, e_4, e_6\}$
 ข. $V(G) = \{A, B, C, D\}$ $E(G) = \{e_1, e_4, e_6\}$
 ค. $V(G) = \{A, B, C, D\}$ $E(G) = \{e_1, e_2, e_4, e_6\}$
 ง. $V(G) = \{A, B, C, D\}$ $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$

3. กำหนดกราฟ G มี $V(G) = \{A, B, C, D\}$, $E(G) = \{BB, BD, DA, AC, AC, CC\}$ เขียนแผนภาพแทนกราฟ G ได้ตรงกับข้อใด

- ก. ข. ค. ง. ถูกทุกข้อ

จากกราฟจงตอบคำถามข้อ 4 - 7



4. วงวนตรงกับข้อใด

ก. e_1

ข. e_3

ค. e_6

ง. e_8

5. เส้นเชื่อมคู่ในข้อใด เป็น เส้นเชื่อมคู่ขนาน

ก. e_3 กับ e_5

ข. e_1 กับ e_2

ค. e_6 กับ e_7

ง. e_4 กับ e_7

6. ข้อใดเป็นจุดยอดประชิด

ก. จุดยอด A และจุดยอด D

ข. จุดยอด A และจุดยอด C

ค. จุดยอด C และจุดยอด D

ง. จุดยอด C และจุดยอด E

7. เส้นเชื่อมในข้อใดไม่ได้เกิดกับจุดยอด A

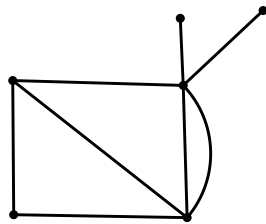
ก. e_3

ข. e_4

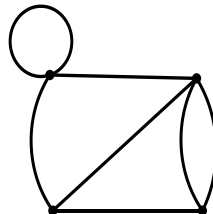
ค. e_6

ง. e_7

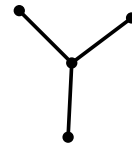
8. กราฟข้อใดเป็นกราฟหลายเชิง



(1)



(2)



(3)

ก. กราฟ (1) และ (2)

ข. กราฟ (1) และ (3)

ค. กราฟ (2) และ (3)

ง. กราฟ (1) , (2) และ (3)

9. การแข่งขันแบดมินตันมีทีมที่สมัครแข่งขันทั้งหมด 5 ทีม ถ้าการแข่งขันเป็นแบบพบกันหมดโดยเขียนแผนภาพของกราฟ G จำลองสถานการณ์การแข่งขันฟุตบอลครั้งนี้และจงหาว่าคณะกรรมการจัดการแข่งขันต้องจัดการแข่งขันทั้งหมดกี่คู่

ก. 5

ข. 8

ค. 10

ง. 12

10. ที่จอดรถแห่งหนึ่งมีรถที่จอดประจำ 8 คัน ในช่วงเวลาต่าง ๆ ดังนี้

คันที่ 1 จอดเฉพาะช่วงเวลา 7.00 น.ถึง 10.00 น.

คันที่ 2 จอดเฉพาะช่วงเวลา 9.00 น.ถึง 13.00 น.

คันที่ 3 จอดเฉพาะช่วงเวลา 12.00 น.ถึง 17.00 น.

คันที่ 4 จอดเฉพาะช่วงเวลา 11.00 น.ถึง 15.00 น.

คันที่ 5 จอดเฉพาะช่วงเวลา 8.00 น.ถึง 14.00 น.

คันที่ 6 จอดเฉพาะช่วงเวลา 13.00 น.ถึง 20.00 น.

คันที่ 7 จอดเฉพาะช่วงเวลา 16.00 น.ถึง 24.00 น.

คันที่ 8 จอดเฉพาะช่วงเวลา 22.00 น.ถึง 10.00 น.ของวันถัดไป

จงหาว่าที่จอดรถแห่งนี้ต้องเตรียมพื้นที่จอดรถไว้อย่างน้อยที่สุดสำหรับรถกี่คันเพื่อให้ทุกคนจะสามารถจอดได้ ณ ขณะเวลาใด ๆ

ก. 4

ข. 5

ค. 6

ง. 7

กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ชุดที่ 1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับกราฟ

ชื่อ.....ชั้น ม. 5 / เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				

ข้อ	ก	ข	ค	ง
6				
7				
8				
9				
10				



บรรณานุกรม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 เล่ม 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตร
แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุ
สภาลาดพร้าว, 2554.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. เอกสารเสริมความรู้ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง
ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น. กรุงเทพมหานคร : บริษัท ฐานบัณฑิต จำกัด, 2556.

กนกวลี อุษณกรกุล และคณะ. คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 4 ชั้นม.4-6. กรุงเทพมหานคร : หจก.
สำนักพิมพ์ ภูมิบัณฑิต, 2551.

ชะเอม สายทอง. ทฤษฎีกราฟ. กรุงเทพมหานคร : โอเดียนสโตร์, 2544.

พิพัฒน์พงศ์ ศรีวิตร. คู่มือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นม.4-6 เล่ม 4. กรุงเทพมหานคร : บริษัท
สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด, 2555.

เลิศ สิทธิโกศล. Math Review คณิตศาสตร์ ชั้นม.4-6 เล่ม 4(เพิ่มเติม). กรุงเทพมหานคร : ไช
เอ็ดพัลลิซซิ่ง, 2555.

วรานุช แคมมณี. ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
, 2559.

สมัย เหล่าวานิชย์. คู่มือเตรียมสอบ คณิตศาสตร์ ชั้นม.4-6 เล่ม 4 (พื้นฐานและเพิ่มเติม).
กรุงเทพมหานคร : ไชเอ็ดพัลลิซซิ่ง, 2554.