8.1 เทคนิคการชักตัวอย่าง เหตุการณ์ที่เราสนใจอยู่ จะนำมาเป็นเซตของค่าสังเกตหรือตัวแปรสุ่มจำนวน n หน่วยซึ่งได้จากประชากรที่มีคุณลักษณะที่เราสนใจหรือมีข้อแตกต่างกันภายในประชากร m ประชากร และเราเรียกเซตนี้ว่า ตัวอย่างขนาด n หรือ ตัวอย่างขนาด n (a sample of size n) เมื่อได้ตัวอย่างมาด้วยวิธีการสุ่ม จึงเรียกตัวอย่างขนาด n ว่า ตัวอย่างสุ่มขนาด n หรือ ตัวอย่างสุ่มขนาด n (a random sample of size n) จะขอกล่าวถึงเทคนิคการชักตัวอย่าง 2 แบบดังต่อไปนี้

8.1.1 การชักตัวอย่างสุ่มแบบคืนที่ (sampling with replacment or W/R) มีลักษณะพอสรุปได้ว่า ถ้าตัวอย่างจำนวน 1 หน่วยถูกสุ่มหยิบจากประชากรที่มีคุณลักษณะที่เราสนใจหรือมีข้อแตกต่างกันภายในประชากร m ประชากรหรืออาจเรียกว่ามีหน่วยสุ่ม (sampling units) จำนวน m หน่วย แล้วใส่กลับคืนลงไปอีกก่อนสุ่มหยิบตัวอย่างหน่วย ต่อไป เราเรียกเทคนิคการสุ่มดังอย่างนี้ว่า การชักตัวอย่างแบบคืนที่ จะพบว่า จำนวนหน่วยของประชากรหรือหน่วยสุ่มไม่เปลี่ยนแปลงตลอดระยะเวลาการสุ่ม ทำให้ประชากรนี้ถูกเรียกว่าประชากรชนิดไม่จำกัดหรือประชากรขนาดอนันต์ ความน่าจะเป็นของตัวอย่างจำนวน 1 หน่วยมีค่าคงตัวหรือที่เรียกว่าการกระจายความน่าจะเป็นตัวอย่างมีความสม่ำเสมอ (uniform distribution) เช่น การทอดเหรียญบาทที่สมบูรณ์ (ไม่ได้ถ่วงน้ำหนักด้านใดด้านหนึ่ง) ความน่าจะเป็นของการเกิดหัว (H) เท่ากับ 1/2 เมื่อต้องการทราบผลการเกิดหัว (H) ในการทอดเหรียญจำนวน 100 ครั้ง จะได้ความน่าจะเป็นการเกิดหัว ครั้งที่ 1, ครั้งที่ 2,...........และครั้งที่ 100 เท่ากับ (1/2)(1/2)..........(1/2) เท่ากับ $(1/2)^{100}$ จำนวนครั้งของการเกิดหัวอาจจะเป็น 0, 1, 2,............ หรือ 100 ครั้งก็ได้ จำนวนครั้งดังกล่าวเราจัดเป็นตัวแปรวิยุต ถ้ากำหนด X เป็นตัวแปรวิยุต จากประชากรที่มีหน่วยสุ่มจำนวน m หน่วย เมื่อชักตัวอย่างสุ่มขนาด n อันประกอบด้วย X_1 , X_2 ,........ และ X_n โดยใช้เทคนิคการชักตัวอย่างสุ่มแบบคืนที่ ความน่าจะเป็นของ X จะเท่ากันหมด

$$P(X_1) = P(X_2) = \ldots\ldots\ldots\ldots = (X_n) = \frac{1}{m} \qquad \ldots(8\text{-}1)$$

ความน่าจะเป็นของตัวอย่างขนาด n นี้คือความน่าจะเป็นของ (X_1 , X_2 , X_3 และ..... X_n)

แล้วได้เป็นสมการ (8-2)

$$P(X_1 \cap X_2 \cap \ldots\ldots\ldots\ldots \cap X_n) = P(X_1)\ P(X_2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots P(X_n) \qquad \ldots(8\text{-}2)$$

ตัวอย่างที่ 8.1 สุ่มหยิบลูกบอลจำนวน 2 ลูกจากภาชนะที่บรรจุลูกบอลเบอร์ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ทีละลูกแบบคืนที่ก่อนสุ่มหยิบครั้งต่อไป จงหาว่าความน่าจะเป็นของการได้ลูกบอลเบอร์ 5 และเบอร์ 6

วิธีทำ ประชากรมีหน่วยสุ่มตัวอย่าง 10 หน่วย กำหนดให้ X_0,X_1 , X_2 ,X_3 , X_4 , X_5 , X_6 ,X_7 , X_8 ,X_9 เป็นเหตุการณ์ที่ได้ลูกบอลเบอร์ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ตามลำดับ

$$P(X_0) = P(X_1) = P(X_2) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = P(X_9) = \frac{1}{10}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของการได้ลูกบอลเบอร์ 5 และเบอร์ 6 คือ

$$P(X_5 \cap X_6) = \left(\frac{1}{10}\right)\left(\frac{1}{10}\right) = \frac{1}{100}$$

ความน่าจะเป็นของการได้ลูกบอลเบอร์ 5 และเบอร์ 6 เท่ากับ $\frac{1}{100}$ **ตอบ**

8.1.2 การชักตัวอย่างสุ่มแบบไม่คืนที่ (sampling without repleacement or W/O) มีลักษณะสำคัญพอสรุปได้ว่า ถ้าตัวอย่างจำนวน 1 หน่วยถูกหยิบสุ่มจากประชากรที่มีคุณลักษณะที่เราสนใจหรือมีข้อแตกต่างกันภายในประชากร m ประการ (มีหน่วยสุ่มจำนวน m หน่วย) แล้วไม่ใส่คืนก่อนการหยิบครั้งต่อไป เราเรียกเทคนิคการชักตัวอย่างสุ่มนี้ว่า การชักตัวอย่างสุ่มแบบไม่คืนที่ จะพบว่าตัวอย่างสุ่มของประชากร โดยเฉพาะกรณีประชากรขนาดจำกัดจะลดจำนวนลง 1 หน่วยทุกครั้งที่มีการหยิบสุ่ม ในที่สุดก็จะหมดไป ยังผลทำให้ความน่าจะเป็นของตัวอย่างหน่วยต่อ ๆ ไปเพิ่มขึ้น เช่น ประชากรขนาด m เป็น 30,000 หน่วย ต้องการตัวอย่างขนาด n คือ 100 สุ่มหยิบครั้งละ 1 หน่วย แบบไม่คืนที่สามารถบอกความน่าจะเป็นของตัวอย่างหน่วยที่ 1 และหน่วยที่ 2 และ........ และหน่วยที่ 99 และหน่วยที่ 100 เท่ากับ $\left(\frac{1}{30{,}000}\right)\left(\frac{1}{29{,}999}\right)\left(\frac{1}{29{,}998}\right)\ldots\ldots\left(\frac{1}{29{,}902}\right)\left(\frac{1}{29{,}901}\right)$

กรณีทั่วไป ถ้ากำหนด X เป็นตัวแปรวิยุตจากประชากรที่มีหน่วยสุ่มจำนวน m หน่วย เมื่อชักตัวอย่างสุ่มขนาด n อันประกอบด้วย X_1 , X_2 , ...และ X_n โดย ใช้เทคนิคการชักตัวอย่างแบบไม่คืนที่ ความน่าจะเป็นของตัวอย่างขนาด n นี้คือความ น่าจะเป็นของ (X_1 และ X_2 และ...................และ X_n) แล้วจะได้สมการ (7-3)

$$P(X_1 \cap X_2 \cap \ldots\ldots\ldots\ldots \cap X_n) = \left(\frac{1}{m}\right)\left(\frac{1}{m-1}\right)\left(\frac{1}{m-2}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\left(\frac{1}{m-n+1}\right) \qquad \ldots(8\text{-}3)$$

ตัวอย่างที่ 8.2 จากตัวอย่างที่ 7.1 ถ้าใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบไม่คืนที่ จงหา ความน่าจะเป็นของการได้ลูกบอลเบอร์ 5 และ เบอร์ 6

วิธีทำ

$$P(X_5 \cap X_6) = \left(\frac{1}{10}\right)\left(\frac{1}{9}\right)$$

ความน่าจะเป็นของการได้ลูกบอล เบอร์ 5 และ เบอร์ 6 เท่ากับ $\frac{1}{90}$ **ตอบ**

8.2 การแจกแจงที (t-distribution) ถ้า $X_1, X_2, X_3, ..., X_n$ เป็นค่าสังเกตของตัวอย่างขนาดเล็ก ($n < 20$ จากค่าของ CLT. ประชากรที่มีการแจกแจงปรกติค่าเฉลี่ย μ เป็น

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

และ

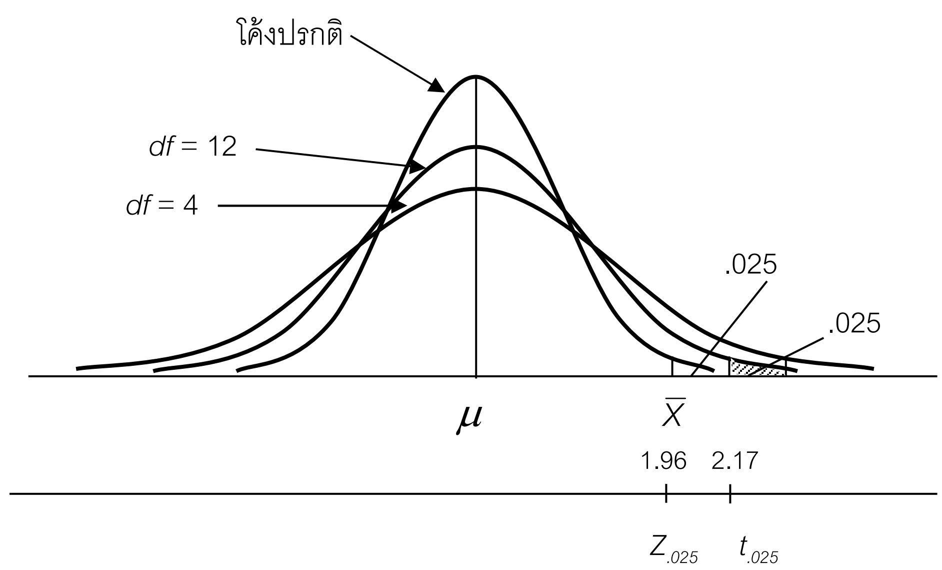
$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \overline{X})^2}{n-1}}$$

แล้วจะได้

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \qquad \text{…(8-4)}$$

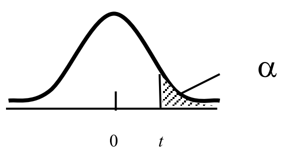
สมการ (8-4) นี้จะบอกให้เราทราบว่า t คือ ความแตกต่าง ระหว่างค่าเฉลี่ยตัวอย่างกับค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อเทียบกับค่าผิดพลาดมาตรฐาน ($S_{\bar{x}}$) ซึ่งประมาณค่าด้วยค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวอย่าง (S) หารด้วย $\sqrt{n}$ และใช้ได้กรณีเดียวคือตัวอย่างมากจากประชากรแจกแจงปรกติเท่านั้น

ช่วงความเชื่อมั่นการแจกแจงของ $\overline{X}$ ที่รวมถึงการแจกแจงของตัวสถิติอื่น ๆ ที่มีรูปแบบเป็นการแจกแจงทีซึ่งขึ้นอยู่กับค่าสังเกตจำนวนที่ n-1 ของตัวอย่างหรือ df ตัวอย่าง และเมื่อ n เข้าสู่อนันต์ การแจกแจงทีของ X นี้จะกลายเป็นการแจกแจงปรกติมาตรฐาน ดังภาพที่ 8.1



ภาพที่ 8.1 การแจกแจงทีของ $\overline{X}$ ที่ df แตกต่างกัน ที่มา : (Watson et al., 1990, p. 332)

ตารางค่าวิกฤตการแจกแจงที



	α				
df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.323	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

ที่มา : (Watson et al.,1990, p. Appendix C)

8.3 การแจกแจงไคกำลังสอง (chi-square distribution) เมื่อสุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากร ตัวประมาณค่าที่ดีของ σ_X^2 คือ S_X^2 หรือ $E(S_X^2) = \sigma_X^2$ โดยใช้สมการ (8-4) จะได้

$$S_X^2 = \frac{1}{n-1}\sum(X-\overline{X})^2$$

หรือ $$(n-1)\,S_X^2 = \sum(X-\overline{X})^2 \qquad \ldots(8\text{-}5)$$

$$\frac{(n-1)S_x^2}{\sigma_x^2} = \frac{\sum(X-\overline{X})^2}{\sigma_x^2} \qquad \ldots(8\text{-}6)$$

สมการ (8-5) หรือสมการ (8-6) มีการแจกแจงไคกำลังสอง (chi-square distribution) ด้วยความเป็นอิสระ n-1 เขียนแทนด้วย $\chi^2_{(n-1)df}$ (Keller & Warrack, 2000, p. 364) สำหรับความเป็นมาของการแจกแจงไคกำลังสอง ในปี 1876 เอฟ อาร์ เฮลเมนต์ (F.R.Helment) ได้นำเสนอการแจกแจงไคกำลังสอง และในปี 1900 คาร์ล เพียร์สัน เป็นผู้พัฒนาการแจกแจงไคกำลังสองนี้ใช้ในการทดสอบสมมุติฐาน (Chao, 1969, p. 269)

กรณีที่ X มีการแจกแจงปรกติด้วยค่าเฉลี่ย μ ความแปรปรวน σ^2 และแปลง X เป็นค่ามาตรฐาน Z

$$Z = \left(\frac{X-\mu}{\sigma_X}\right) \sim N(0,1) \qquad \ldots(8\text{-}7)$$

ค่า $$Z^2 = \frac{(X-\mu)^2}{\sigma_x^2}$$

จะมีการแจกแจงไคกำลังสองด้วย df = 1 ใช้สัญลักษณ์

$$Z^2 = \chi^2_{(1)df} \qquad \ldots(8\text{-}8)$$

เมื่อ X_1 และ X_2 ต่างแจกแจงปรกติ ด้วยค่าเฉลี่ย μ_1 ความแปรปรวน σ_1^2 และ μ_2 ความแปรปรวน σ_2^2 ตามลำดับ แปลง X_1 และ X_2 เป็นค่ามาตรฐาน ได้

$$Z_1^2 = \frac{(X_1-\mu)^2}{\sigma_1^2}$$

และ $$Z_2^2 = \frac{(X_2-\mu)^2}{\sigma_2^2}$$

ผลรวม $$Z_1^2 + Z_2^2 = \chi^2_{(2)df} \qquad \ldots(8\text{-}9)$$

มีการแจกแจงไคกำลังสอง df = 2

เมื่อมี $X_1, X_2, \ldots, X_n$ ด้วยค่าเฉลี่ย μ_1 ความแปรปรวน σ_1^2 ค่าเฉลี่ย μ_2 ความแปรปรวน σ_2^2 . . . และค่าเฉลี่ย μ_n ความแปรปรวน σ_n^2 จะ ได้

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i^2 = \chi^2_{(n-1)df}$$

$$E(\chi^2_n) = (n\text{-}1)df \text{ ; (ค่าคาดหมายของ } \chi^2_n\text{)}$$

$$Var(\chi^2_n) = 2(n\text{-}1)df \qquad \ldots(8\text{-}10)$$

เมื่อมีการประมาณค่าเฉลี่ยประชากรด้วย $\overline{X}$ ให้พิจารณา

$$\begin{aligned}\Sigma(X-\overline{X})^2 &= \sum\left[(X-\overline{X})-(\overline{X}-\overline{\mu})\right]^2 \\ &= \sum\left[(X-\overline{X})^2-2(X-\overline{X})(\overline{X}-\overline{\mu})+(\overline{X}-\overline{\mu})^2\right] \\ &= \sum(X-\overline{X})^2+n(\overline{X}-\overline{\mu})^2\end{aligned}$$

หารด้วย σ_x^2

$$\frac{\sum(X-\mu)^2}{\sigma_x^2} = \frac{\sum(X-\overline{X})^2}{\sigma_x^2} + \frac{n(X-\mu)^2}{\sigma_x^2}$$

จากเทอมสุดท้ายจะได้

$$\frac{(X-\mu)^2}{\frac{\sigma_x^2}{n}} \sim \chi^2_{(1)df} \qquad \ldots(8\text{-}11)$$

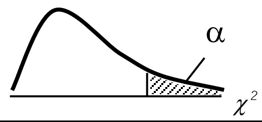
ดังนั้น $$\frac{\sum(X-\overline{X})^2}{\sigma_x^2} \sim \chi^2_{(n-1)df} \qquad \ldots(8\text{-}12)$$

ค่าของ $\chi^2_{(n-1)df}$ จากสมการ (8-12) ที่มีช่วงค่าวิกฤตที่ระดับใด ๆ จากตารางการแจกแจงไคกำลังสอง จะมีช่วงเป็น $\chi^2_{df,\alpha}$ และ $\chi^2_{df,1-\alpha}$ เช่น $\chi^2_{6,.05}$ และ $\chi^2_{6,.95}$ จะมีค่าเป็น

$$\chi^2_{6,.05} = 12.592$$

$$\chi^2_{6,.95} = 1.635$$

ตารางค่าวิกฤตการแจกแจงไคกำลังสอง



	α							
df	0.995	0.990	0.975	0.950	0.050	0.025	0.010	.005
1	0.0^4393	0.0^3157	0.0^3982	0.0^3393	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.0717	0.115	0.216	0.352	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	11.070	12.832	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	24.996	27.448	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.520	11.524	13.120	14.611	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	40.113	43.194	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	43.773	46.979	50.892	53.672

ที่มา : (Watson et al.,1990, p. Appendix C)

8.4 การแจกแจงเอฟ ถ้ากำหนด ตัวอย่างที่ i (the i^{th} sample) มีค่าเฉลี่ยเขียนแทนด้วย $\overline{X}_i$ ค่าสังเกตตัวที่ j (the j^{th} observation) ของตัวอย่างที่ i เขียนแทนด้วย X_{ij} เมื่อมีตัวอย่างทั้งหมด c ตัวอย่างและแต่ละตัวอย่างมีขนาด n เราสามารถเขียนค่าสังเกตหรือข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ X_{ij} เมื่อ $i = 1, 2, \ldots, c$ และ $j = 1, 2, \ldots, n$

8.4.1 การแปรผันระหว่างตัวอย่าง ถ้าประชากรที่ 1, 2, ..., c. มีค่าเฉลี่ยเป็น μ_1 , μ_2 , ..., μ_c ถูกชักตัวอย่างขนาด n เป็นตัวอย่างที่ 1, 2, ..., c. คำนวณค่าเฉลี่ยตัวอย่างได้ $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots\ldots \overline{X}_c$ ตามลำดับ เมื่อพิจารณาปัจจัยเดียว ตัวอย่างเหล่านี้มาจากประชากรเดียวกันหรือ μ_1 เท่ากับ μ_2 เท่ากับ ..... เท่ากับ μ_c ส่วนความแตกต่างกันของค่า $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots\ldots \overline{X}_c$ เป็นความแปรผันระหว่างตัวอย่างในที่นี้แสดงด้วยความแปรปรวนของ $\overline{X}_i$ (variance of $\overline{X}_i$: $S^2_{\overline{x}}$)
เราประมาณค่าความแปรปรวนของประชากร (σ^2) ได้โดยนำหลักการมาใช้กับ กรณีมีตัวอย่างที่ 1, 2, ... , c มีขนาด n เท่ากันแล้ว

$$\sigma^2_{\overline{x}} = \frac{\sigma^2}{n}$$

และ $$\sigma^2_{\overline{x}} \approx S^2_{\overline{x}}$$

ในที่นี้ จะได้ $$\sigma^2 = n S^2_{\overline{x}} \qquad \ldots(8\text{-}13)$$

8.4.2 การแปรผันภายในตัวอย่าง ค่าสังเกตในแต่ละตัวอย่างมีการแปรผัน หรือแกว่งอยู่รอบ ๆ $\overline{X}_i$ เราสามารถหาผลบวกกำลังสองของการเบี่ยงเบนภายในแต่ละตัวอย่าง (sum of the squared deviation within sample) เพื่อให้ง่ายสำหรับการหาค่า S^2_p ทั่วไป เมื่อเรามีตัวอย่างทั้งหมดเท่ากับ c และแต่ละตัวอย่างประกอบด้วย n ค่าสังเกต จะได้สมการ (7-14)

$$S^2_p = \frac{\sum_{j=1}^{n}(X_{1j} - \overline{X}_1)^2 + \sum_{j=1}^{n}(X_{2j} - \overline{X}_2)^2 + \ldots + \sum_{j=1}^{n}(X_{cj} - \overline{X}_c)^2}{c(n-1)} \qquad \ldots(8\text{-}14)$$

ถ้าสมมุติฐาน H_O จากสมการ (8-14) เป็นจริง จึงประมาณค่าความแปรปรวนของประชากร (σ^2) ด้วยค่า S^2_p นี้ได้ตามสมการ (8-15)

$$\sigma^2 = S^2_p \qquad \ldots(8\text{-}15)$$

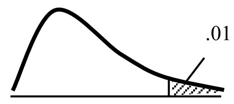
8.4.3 การเปรียบเทียบการแปรผันระหว่างตัวอย่างกับการแปรผันภายในตัวอย่าง ถ้าสมมุติฐาน H_O เป็นจริง อัตราส่วนค่าความแปรปรวนประชากร nS^2_p ตามสมการ (7-14) ต่อค่าความแปรปรวนประชากร S^2_p ตามสมการ (8-16) ควรจะมีค่าเท่ากับ 1 หรือเข้าใกล้ ๆ 1 และเราเรียกอัตราส่วน nS^2_p ต่อ S^2_p ว่า “F” เพื่อเป็นเกียรติแก่ท่านฟิชเชอร์ นั่นคือ

$$F = \frac{nS^2_{\overline{x}}}{S^2_p} \qquad \ldots(8\text{-}16)$$

ฟิชเชอร์ได้นำเสนอการแจกแจงของเอฟ (*F*-distribution) รูปร่างของโค้งการแจกแจงของเอฟขึ้นอยู่กับ *df* ของตัวเศษหรือตัวตั้ง (nummerator degree of freedom: df_1) และ *df* ของตัวส่วนหรือตัวหาร (denominator degree of freedom : df_2) เมื่อ *df* ของตัวเศษเท่ากับ c-1 และ *df* ของตัวส่วนเท่ากับ $c(n$-1) จะเป็น

df ของ $F = c-1$ และ $c(n-1)$ หรือ df ของ $F = c-1, c(n-1)$

ตารางค่าวิกฤตการแจกแจงเอฟ $\alpha = 0.01$



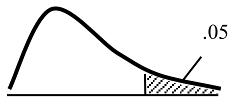
df_1 / df_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4052.2	4999.5	5403.4	5624.6	5763.6	5859	5928.4	5981.1	6022.5
2	98.503	99.000	99.166	99.249	99.299	99.333	99.356	99.364	99.388
3	34.116	30.817	29.457	28.710	28.237	27.911	27.672	27.489	27.345
4	21.198	18.000	16.694	15.977	15.522	15.207	14.976	14.799	14.659
5	16.258	13.274	12.060	11.3920	12.967	10.672	10.456	10.289	10.158
6	13.745	10.925	9.7795	9.1483	8.7459	8.4661	8.2600	8.1017	7.9761
7	12.2460	9.5466	8.4513	7.8466	7.4604	7.1914	6.9928	6.8400	6.7188
8	11.2590	8.6491	7.5910	7.0061	6.6318	6.3707	6.1776	6.0289	5.9106
9	10.5610	8.0215	6.9919	6.4221	6.0569	5.8018	5.6129	5.4671	5.3511
10	10.0440	7.5594	6.5523	5.9943	5.6363	5.3858	5.2001	5.0567	4.9424
11	9.6460	7.2057	6.2167	5.6683	5.3160	5.0692	4.8861	4.7435	4.6315
12	9.3302	6.9266	5.9525	5.4120	5.0643	4.8060	4.6395	4.4994	4.3875
13	9.0738	6.7010	5.7394	5.2053	4.8616	4.6204	4.4410	4.3031	4.1911
14	8.8616	6.5149	5.5639	5.0354	4.6950	4.4558	4.2779	4.3990	4.0297
15	8.6831	6.3589	5.4170	4.8932	4.5556	4.3183	4.1415	4.0045	3.8948
16	8.5310	6.2262	5.2922	4.7726	4.4374	4.2016	4.0259	3.8896	3.7804
17	8.3997	6.1121	5.1850	4.6690	4.3359	4.1015	3.9267	3.7910	3.6822
18	8.2854	6.0129	5.0919	4.5790	4.2479	4.0146	3.8406	3.7054	3.5971
19	8.1849	5.9259	5.0103	4.5003	4.1708	3.9386	3.7653	3.6305	3.5225
20	8.0960	5.8489	4.9382	4.4307	4.1027	3.8714	3.6987	3.5644	3.4567
21	8.0166	5.7804	4.8740	4.3688	4.0421	3.8117	3.6396	3.5056	3.3981
22	7.9454	5.7190	4.8166	4.3134	3.9880	3.7583	3.5867	3.4530	3.3458
23	7.8811	5.6637	4.7649	4.2636	3.9392	3.7102	3.5390	3.4057	3.2987
24	7.8229	5.6136	4.7181	4.2184	3.8951	3.6667	3.4959	3.3629	3.2560
25	7.7698	5.5680	4.6755	4.1774	3.8550	3.6272	3.4568	3.3239	3.2172
26	7.7213	5.5263	4.6366	4.1400	3.8183	3.5911	3.4210	3.2884	3.1818
27	7.6767	5.4881	4.6009	4.1056	3.8748	3.5558	3.3882	3.2558	3.1494
28	7.6356	5.4529	4.5681	4.0740	3.7539	3.5276	3.3581	3.2259	3.1195
29	7.5977	5.4204	4.5378	4.0449	3.7254	3.4995	3.3303	3.1982	3.0920
30	7.5625	5.3903	4.5097	4.0179	3.6990	3.4735	3.3045	3.1726	3.0665
40	7.3141	5.1785	4.3126	3.8283	3.5138	3.2910	3.1238	2.9930	2.8876
60	7.0771	4.9774	4.1259	3.6490	3.3389	3.1186	2.9530	2.8233	2.7185
120	6.8509	4.7865	3.9491	3.4795	3.1735	2.9559	2.7918	2.6629	2.5586
∞	6.6349	4.6052	3.7816	3.3192	3.0173	2.8020	2.6393	2.5113	2.4073

ตารางค่าวิกฤตการแจกแจงเอฟ $\alpha = 0.01$ (ต่อ)

df_1 / df_2	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	6055.8	6106.3	6157.3	6208.7	6234.6	6260.6	6286.8	6313	6339.4	6365.9
2	99.399	99.416	99.433	99.449	99.458	99.466	99.474	99.482	99.491	99.499
3	27.229	27.052	26.872	26.690	26.598	26.505	26.411	26.316	26.221	26.125
4	14.546	14.374	14.198	14.020	13.929	13.838	13.745	13.652	13.558	13.463
5	10.0510	9.8883	9.7222	9.5526	9.4665	9.3793	9.2912	9.2020	9.1180	9.0204
6	7.8741	7.7183	7.5590	7.3958	7.3127	7.2285	7.1432	7.0567	6.9690	6.8800
7	6.6201	6.4691	6.3143	6.1554	6.0743	5.9920	5.9084	5.8236	5.7373	2.6950
8	5.8143	5.6667	5.5151	5.3591	5.2793	5.1981	5.1156	5.0316	4.9461	4.8588
9	5.2565	5.1114	4.9621	4.8080	4.7290	4.6486	4.5666	4.4831	4.3978	4.3105
10	4.8491	4.7059	4.5581	4.4054	4.3269	4.2469	4.1653	4.0819	3.9965	3.9090
11	4.5393	4.3974	4.2509	4.0990	4.0209	3.9411	3.8596	3.7761	3.6904	3.6024
12	4.2961	4.1553	4.0096	3.8584	3.7805	3.7008	3.6192	3.5355	3.4494	3.3608
13	4.1003	4.9603	3.8154	3.6646	3.5868	3.5070	3.4253	3.3413	3.2548	3.1654
14	3.9394	3.8001	3.6557	3.5052	3.4274	3.3476	3.2656	3.1813	3.0942	3.0040
15	3.8049	3.6662	3.5222	3.3719	3.2940	3.2141	3.1319	3.0471	2.9595	2.8684
16	3.6909	3.5527	3.4089	3.2587	3.1808	3.1007	3.0182	2.9330	2.8447	2.7528
17	3.5931	3.4552	3.3117	3.1615	3.0835	3.0032	2.9205	2.8480	2.7459	2.6530
18	3.5282	3.3706	3.2273	3.0771	2.9990	2.9185	2.8354	2.7493	2.6597	2.5660
19	3.4338	3.2965	3.1533	3.0031	2.9249	2.8442	2.7608	2.6742	2.5839	2.4893
20	3.6820	3.2311	3.0880	2.9377	2.8594	2.7785	2.6947	2.6077	2.5168	2.4212
21	3.3098	3.1730	3.0300	2.8796	2.8010	2.7200	2.6359	2.5484	2.4568	2.3603
22	3.3576	3.1209	2.9779	2.8274	2.7488	2.6675	2.5831	2.4951	2.4029	2.3055
23	3.3106	3.0740	2.9311	2.7805	2.7017	2.6202	2.5355	2.4471	2.3542	2.2558
24	3.1681	3.0316	2.8887	2.7380	2.6591	2.5773	2.4923	2.4035	2.3100	2.2107
25	3.1294	2.9931	2.8502	2.6993	2.6203	2.5383	2.4530	2.3637	2.2696	2.1694
26	3.0941	2.9578	2.8150	2.6640	2.5848	2.5026	2.4170	2.3273	2.2325	2.1315
27	3.0618	2.9256	2.7827	2.6316	2.5522	2.4699	2.3840	2.2938	2.1985	2.0965
28	3.0320	2.8959	2.7530	2.6017	2.5523	2.4397	2.3535	2.2629	2.1670	2.0642
29	3.0045	2.8685	2.7256	2.5742	2.4946	2.4118	2.3253	2.2344	2.1379	2.0342
30	2.9791	2.8431	2.7002	2.5487	2.4689	2.3860	2.9920	2.2079	2.1108	2.0062
40	2.0050	2.6648	2.5316	2.3689	2.2880	2.2034	2.1142	2.0194	1.9172	1.8047
60	2.6318	2.4961	2.3523	2.1978	2.1154	2.0285	1.9360	1.8363	1.7263	1.6006
120	2.4721	2.3363	2.1915	2.0346	1.9500	1.8600	1.7628	1.6557	1.5330	1.3805
∞	2.3209	2.1847	2.0385	1.8783	1.7908	1.6964	1.5923	1.4730	1.3246	1.0000

ที่มา : (Wonnacott & Wonnacott,1985, pp. 614-615)

ตารางค่าวิกฤตการแจกแจงเอฟ $\alpha = 0.05$



df_1 / df_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.330	19.353	19.371	19.385
3	10.128	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8868	8.8452	8.8123
4	7.7086	6.9443	6.5914	6.3883	6.2560	6.1631	6.0942	6.0410	5.9988
5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725
6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2066	4.1468	4.0990
7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.8660	3.7870	3.7257	3.6767
8	5.3177	4.4590	4.0662	3.8378	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3881
9	5.1174	4.2565	3.8626	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789
10	4.9646	4.1028	3.7083	3.4780	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204
11	4.8443	3.9823	3.5874	3.3567	3.2039	3.0946	3.0123	2.9480	2.8962
12	4.7472	3.8853	3.4903	3.2592	3.1059	2.9961	2.9134	2.8486	2.7964
13	4.6672	3.8056	3.4105	3.1791	3.0254	2.9153	2.8321	2.7669	2.7144
14	4.6601	3.7389	3.3439	3.1122	2.9582	2.8477	2.7642	2.6987	2.6458
15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7905	2.7066	2.6408	2.5876
16	4.4940	3.6337	3.2389	3.0069	2.8524	2.7413	2.6572	2.5911	2.5377
17	4.4513	3.5915	3.1968	2.9647	2.8100	2.6987	2.6143	2.5480	2.4943
18	4.4139	3.5546	3.1599	2.9277	2.7729	2.6613	2.5763	2.5102	2.4563
19	4.3808	3.5219	3.1274	2.8951	2.7401	2.6283	2.5435	2.4768	2.4227
20	4.3513	3.4928	3.0984	2.8661	2.7109	2.5994	2.5140	2.4471	2.3928
21	4.3248	3.4668	3.0725	2.8401	2.6848	2.5757	2.4876	2.4205	2.3661
22	4.3009	3.4434	3.0491	2.8167	2.6613	2.5491	2.4638	2.3965	2.3419
23	4.2793	3.4221	3.0280	2.7955	2.6400	2.5277	2.4422	2.3748	2.3201
24	4.2597	3.4028	3.0088	2.7763	2.6207	2.5082	2.4226	2.3551	2.3002
25	4.2417	3.3852	2.9912	2.7587	2.6030	2.4904	2.4047	2.3371	2.2821
26	4.2252	3.3690	2.9751	2.7426	2.5868	2.4741	2.3883	2.3205	2.2655
27	4.2100	3.3541	2.9604	2.7278	2.5719	2.4591	2.3732	2.3053	2.2501
28	4.1960	3.3404	2.9467	2.7141	2.5581	2.4453	2.3593	2.2913	2.2360
29	4.1380	3.3277	2.9340	2.7014	2.5454	2.4324	2.3463	2.2782	2.2229
30	4.1709	3.3158	2.9223	2.6896	2.5336	2.4205	2.3343	2.2662	2.2107
40	4.0848	3.2317	2.8387	2.6060	2.4495	2.3359	2.2490	2.1802	2.1240
60	4.0012	3.1504	2.7581	2.5252	2.3683	2.2540	2.1665	2.0970	2.0401
120	3.9201	3.0718	2.6802	2.4472	2.2900	2.1750	2.0867	2.0164	1.9588
∞	3.8415	2.9957	2.6049	2.3719	2.2141	2.0986	2.0096	1.9384	1.8799

ตารางค่าวิกฤตการแจกแจงเอฟ $\alpha = 0.05$ (ต่อ)

df_1 / df_2	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	241.88	243.91	245.95	248.01	249.05	250.10	251.14	252.20	253.25	254.31
2	19.396	19.413	19.429	19.446	19.454	19.462	19.471	19.479	19.487	19.496
3	8.7855	8.7446	8.7029	8.6602	8.6385	8.6166	8.5844	8.572	8.5494	8.5264
4	5.9644	5.9117	5.8578	5.8025	5.7744	5.7459	5.7170	5.6877	5.6581	5.6281
5	4.7351	4.6777	4.6188	4.5581	4.5272	4.4957	4.4638	4.4314	4.3985	4.3650
6	4.0600	3.9999	3.9381	3.8742	3.8415	3.8082	3.7743	3.7398	3.7047	3.6689
7	3.6365	3.5747	3.5107	3.4445	3.4105	3.3758	3.3404	3.3043	3.2674	3.2298
8	3.3472	3.2839	3.2184	3.1503	3.1152	3.0794	3.0428	3.0053	2.9669	2.9276
9	3.1373	3.0729	3.0061	2.9365	2.9005	2.8637	2.8259	2.7872	2.7475	2.7067
10	2.9782	2.9130	2.8450	2.7740	2.7372	2.6996	2.6609	2.6211	2.5801	2.5379
11	2.8536	2.7876	2.7186	2.6464	2.6090	2.5705	2.5309	2.4901	2.4480	2.4045
12	2.7534	2.6866	2.6169	2.5436	2.5055	2.4663	2.4259	2.3842	2.3410	2.2962
13	2.6710	2.6037	2.5331	2.4589	2.4202	2.3803	2.3392	2.2966	2.2524	2.2064
14	2.6022	2.5342	2.4630	2.3879	2.3487	2.3082	2.2664	2.2229	2.1778	2.1307
15	2.5370	2.4753	2.4034	2.3275	2.2878	2.2468	2.2043	2.1601	2.1141	2.0658
16	2.4935	2.4347	2.3522	2.2756	2.2354	2.1938	2.1507	2.1058	2.0589	2.0096
17	2.4499	2.3807	2.3077	2.2304	2.1898	2.1477	2.1040	2.0584	2.0107	1.9604
18	2.4117	2.3421	2.2686	2.1906	2.1497	2.1071	2.0629	2.0166	1.9681	1.9168
19	2.3779	2.3080	2.3410	2.1555	2.1141	2.0712	2.0264	1.9795	1.9302	1.8780
20	2.3479	2.2776	2.2033	2.1242	2.0825	2.0391	1.9938	1.9464	1.8963	1.8432
21	2.3210	2.2504	2.1757	2.0960	2.0540	2.0102	1.9645	1.9165	1.8657	1.8117
22	2.2967	2.2258	2.1508	2.0707	2.0283	1.9842	1.9380	1.8894	1.8380	1.7831
23	2.2747	2.2036	2.1282	2.0476	2.0050	1.9605	1.9139	1.8648	1.8128	1.7570
24	2.2547	2.1834	2.1077	2.0267	1.9838	1.9390	1.8920	1.8424	1.7896	1.7330
25	2.2365	2.1649	2.0889	2.0075	1.9643	1.9192	1.8718	1.8217	1.7840	1.7110
26	2.2197	2.1479	2.0716	1.9898	1.9464	1.9010	1.8533	1.8027	1.7488	1.6906
27	2.2043	2.1323	2.0558	1.9736	1.9299	1.8842	1.8361	1.7851	1.7306	1.6717
28	2.1900	2.1179	2.0411	1.9586	1.9147	1.8687	1.8203	1.7689	1.7138	1.6541
29	2.1768	2.1045	2.0275	1.9446	1.9005	1.8543	1.8055	1.7537	1.6981	1.6376
30	2.1646	2.0921	2.0148	1.9317	1.8874	1.8409	1.7918	1.7396	1.6835	1.6223
40	2.0772	2.0035	1.9245	1.8389	1.7929	1.7444	1.6928	1.6373	1.5766	1.5089
60	1.9926	1.9174	1.8364	1.7480	1.7001	1.6491	1.5943	1.5343	1.4673	1.3893
120	1.9105	1.8337	1.7505	1.6587	1.6084	1.5543	1.4952	1.4290	1.3519	1.2539
∞	1.8307	1.7522	1.6664	1.5705	1.5173	1.4591	1.3940	1.3180	1.2214	1.0000

ที่มา : (Wonnacott & Wonnacott,1985, pp. 616-617)

8.5 ขนาดตัวอย่างสุ่มที่เหมาะสมกับงานสำรวจ

กระบวนการทำงานวิจัยขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง ที่สำคัญจะต้องประกอบด้วยอย่างน้อย 4 ปัจจัยต่อไปนี้ 1)การแปรผันของประชากรที่จะสุ่ม 2)วัตถุประสงค์ของงานวิจัย 3)เทคนิควิธีในการวิเคราะห์ข้อมูล และ4) งบประมาณในการดำเนินการ โดยทั่วนิยมกระบวนการสุ่มตัวอย่างจะเริ่มด้วย 1)กำหนดกรอบตัวอย่าง (Sampling frame) หน่วยตัวอย่างทั้งหมดในขอบเขตที่ศึกษา ซึ่งใช้สำหรับสุ่มตัวอย่าง 2) ทำกรอบบัญชีรายชื่อ (List frame) เช่น รายชื่อครัวเรือน 3)กำหนดกรอบพื้นที่ (Area frame) เช่น กรอบแผนที่ 5) กำหนดขนาดตัวอย่าง และ 6) การเลือกเทคนิคการสุ่มตัวอย่าง

เมื่อต้องการขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมสำหรับการเป็นตัวแทนที่ดี อาจดำเนินการโดยอาศัยสมการเมื่อ $Z_i = \left(\dfrac{\overline{X}_i - \mu}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}} \right)$ ประกอบกับการกำหนดความเสี่ยง หรือระดับนัยสำคัญเท่ากับ α (แบ่งเป็นข้างละ $\alpha/2$) และให้การวัดผิดพลาดได้ $\pm$ d หน่วยวัด ขนาดตัวอย่างที่เหมาะสม n_0 หาได้จากสมการ …(1-17)

$$n_0 = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \ \sigma^2}{d^2} \qquad \text{…(8-17)}$$

เช่นทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานประชากรเท่ากับ 85 (σ^2) กำหนดระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 (α/2 = .025) และให้การวัดผิดพลาดได้ $\pm$ 5 (d) หน่วยวัด ขนาดตัวอย่างที่เหมาะสม n_0 หาได้จาก

$$n_0 = \frac{(1.96)^2 \ (85)^2}{5^2} = \quad 1{,}110$$

+++++++