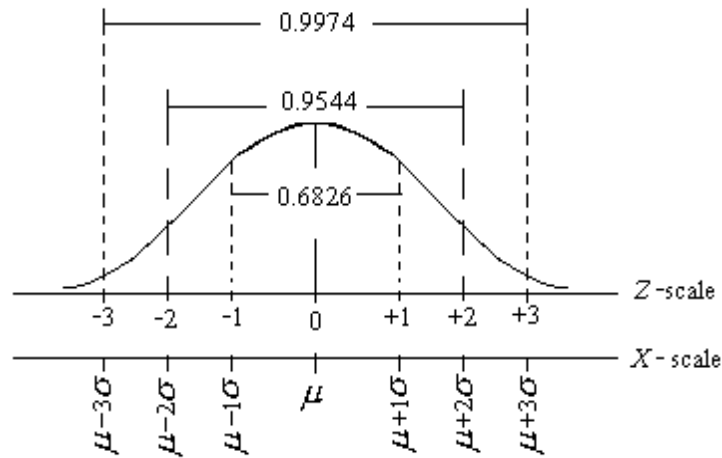


หน่วยที่ 5 การแจกแจงปกติของตัวแปร

การแจกแจงปกติของตัวแปรและพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน (Area under Standard normal curve)

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติและพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานจะมีเท่ากับ 1 หน่วยเหมือนกัน จะแตกต่างกันเฉพาะศูนย์กลางสมมาตรและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่านั้น จึงสามารถเปรียบเทียบ X-scale and Z-scale ได้ ตามรูป ต่อไปนี้



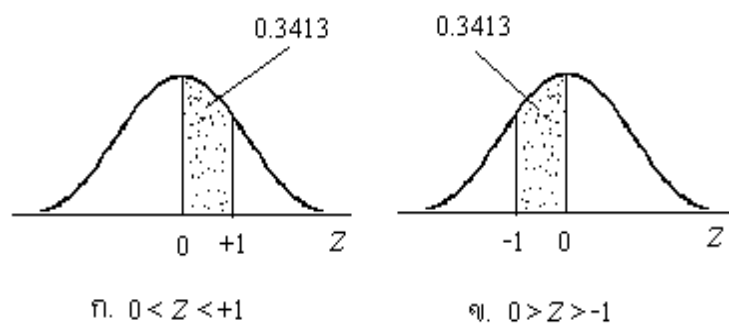
ภาพแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ศูนย์กลางสมมาตรอยู่ที่ $Z=0$ และ $\sigma=1$ กับพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ศูนย์กลางความสมมาตรอยู่ที่ μ และ σ เป็นค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานจากภาพจะพบว่าพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ 0.6826 หน่วยหรือ 68.26% ของพื้นที่ทั้งหมด อยู่ระหว่างค่า $Z=-1$ กับ $+1$ (ค่า x ระหว่าง $\mu-\sigma$ กับ $\mu+\sigma$), พื้นที่ 0.9544 หน่วยหรือ 95.44% ของพื้นที่ทั้งหมดอยู่ระหว่างค่า $Z=-2$ กับ $+2$ (ค่า x ระหว่าง $\mu-2\sigma$ กับ $\mu+2\sigma$) และพื้นที่ 0.9974 หน่วยหรือ 99.74% ของพื้นที่ทั้งหมดอยู่ระหว่างค่า $Z=\mu-3\sigma$ กับ $\mu+3\sigma$ (ค่า x ระหว่าง $\mu-3\sigma$ กับ $\mu+3\sigma$)

ตาราง Area Under Standard Normal Curve. จะบอกพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ระหว่าง $Z=0.00$ กับ $Z=3.09$ และเมื่อมีค่าเพิ่มขึ้น ไปจนถึง $+\alpha$ จะมีพื้นที่ใต้เส้นโค้งที่ไม่เกิน 0.5 หน่วยเฉพาะพื้นที่ทางซีกขวา ส่วนซีกซ้ายเนื่องจากเส้นโค้งปกติมีความลาดทางซีกขวาและซีกซ้ายเหมือนกัน ตารางนี้จึงสามารถบอกพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานทางซีกซ้ายระหว่าง $Z=0.00$ กับ -3.09 และเมื่อมีค่าลดลง ไปจนถึง $-\alpha$ จะมีพื้นที่ใต้เส้นโค้งที่ไม่เกิน 0.5 หน่วยได้ด้วยเช่นกัน

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน กรณีต่อไปนี้...

- ก. Z มีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ +1
- ข. Z มีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ -1

วิธีทำ พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ



อ่านพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานจากตาราง

Z	.00	.0109
0.00	.0000			
0.10	.			
0.20	.			
.	.			
.	↓			
1.00	⇒	.3413		

∴ พื้นที่ใต้เส้นปกติมาตรฐาน เมื่อ ..

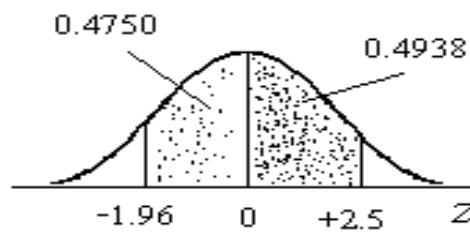
ก. $0 < Z < +1$ มี 0.3413 หน่วย หรือ $P(0 < Z < +1) = 0.3413$

ข. $0 > Z > -1$ มี 0.3413 หน่วย $P(0 > Z > -1) = 0.3413$ ตอบ

หมายเหตุ จากตัวอย่างจะเห็นได้ว่า เมื่อ Z มีค่าระหว่าง -1 กับ +1 มีพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติเป็น $0.3413 + 0.3413 = 0.6826$ หน่วยหรือ 68.26 % ของพื้นที่ทั้งหมดที่แสดงไว้

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน เมื่อ $-1.96 < Z < +2.5$ (อ่านว่า Z มีค่าระหว่าง -1.96 กับ +2.50)

วิธีทำ พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ



อ่านพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติจากตาราง

Z	.00	.010609
0.00	.0000			.0239		
0.10	.			.		
0.20	.			.		
.	.			.		
.	.			↓		
1.90	⇒	.4750			
.	↓					
2.50	⇒	.4938				

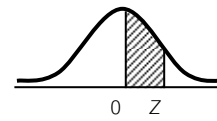
∴ พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ..

เมื่อ $-1.96 < Z < 0$ มี 0.4750 หน่วย และ $0 < Z < +2.50$ มี 0.4938 หน่วย

∴ พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ เมื่อ $-1.96 < Z < +2.50$ จึงมีเท่ากับ $0.4750 + 0.4938 = 0.9688$ หน่วย

หรือ $P(-1.96 < Z < +2.50) = 0.9688$ ตอบ

ตาราง Area Under Standards Normal Curve.



Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.00	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.10	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.20	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.30	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.40	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.50	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.60	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.70	.2580	.2611	.2642	.2673	.2703	.2734	.2764	.2793	.2823	.2852
0.80	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.90	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.00	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.10	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.20	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.30	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.40	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.50	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.60	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.70	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.80	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.90	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.00	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.10	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.20	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.30	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.40	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.50	.4938	.4940	.4941	.4843	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.60	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.70	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.80	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.90	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.00	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.10	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.20	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.30	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.40	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.50	.4998	.4997	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998
3.60	.4998	.4998	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.70	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.80	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999

ที่มา : (Watson et al.,1990, p. Appendix C)

หมายเหตุ การใช้คำสั่ง =NORMDIST(x,mean,SD,TRUE) และคำสั่ง =NORMSDIST(Z) ของ Microsoft excel จะบอกพื้นที่ใต้โค้งปกติ $P(X \leq x)$ และพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน $P(Z \leq z)$