

บทที่ 3 การแจกแจงไฮเพอร์จีโอเมตริก (Hypergeometric distribution)

3.1 ความหมายการแจกแจงไฮเพอร์จีโอเมตริกของตัวแปร X ในกรณีที่มีสินค้าทั้งหมดจำนวน N ชิ้นทราบว่ามีสินค้าชำรุดหากผู้ซื้อพบจะไม่ขายจำนวน k ชิ้น ดังนั้นสินค้าที่เหลือที่จะนำไปขายได้มีจำนวน $N - k$ ชิ้น เมื่อนำสินค้าออกเสนอขายครั้งละ n ชิ้นซึ่งยังประกอบด้วยสินค้าชำรุดปนอยู่ ให้ $X = x$ เป็นจำนวนสินค้าที่ขายได้ และ $n - x$ เป็นจำนวนสินค้าที่ขายไม่ได้ ดังนั้นค่าของ X จึงมีค่าเป็น $0, 1, 2, 3, \dots, n$ และเราเรียก X นี้ว่า การแจกแจงไฮเพอร์จีโอเมตริก(Hypergeometric distribution) หรือ $X \sim Hyp(N, k, n)$ เขียนความน่าจะเป็น X เมื่อ $X = x$ ค่าหนึ่ง ได้เป็น

$$P(X=x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}} ; \quad N, k, n \geq 0 \text{ และ } k - (N - n) \leq x \leq n \dots(3-1)$$

ค่าเฉลี่ยของ X และความแปรปรวนของ X ได้ตามสมการ (3-2) และสมการ(3-3) จะได้ (Hogg,1989, pp.83-84)

$$E(X) = \sum_{x=0}^n x \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}} = n \frac{k}{N} \sum_{x=1}^n \frac{\binom{k-1}{x-1} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N-1}{n-1}}$$

ให้ $y = x-1$ จะได้

$$E(X) = n \frac{k}{N} \sum_{y=0}^{n-1} \frac{\binom{k-1}{y} \binom{N-1-k+1}{n-1-y}}{\binom{N-1}{n-1}} = n \frac{k}{N} \dots(3-2)$$

จาก $E[X(X-1)] = \sum_{x=0}^n x(x-1) \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$

$$E[X(X-1)] = n(n-1) \frac{k(k-1)}{N(N-1)} \sum_{x=2}^n \frac{\binom{k-2}{x-2} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N-2}{n-2}}$$

ให้ $y = x-2$ จะได้

$$E[X(X-1)] = \frac{n(n-1)}{N(N-1)} \sum_{y=0}^{n-2} \frac{\binom{k-2}{y} \binom{N-2-k+2}{n-2-y}}{\binom{N-2}{n-2}}$$

$$= \frac{n(n-1)}{N(N-1)} \frac{k(k-1)}{N(N-1)}$$

เมื่อ $E[X(X-1)] = E(X^2) - E(X)$

และ $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - E(X) + E(X) - [E(X)]^2$

$$= \frac{n(n-1)}{N(N-1)} + \frac{nk}{N} - \left(\frac{nk}{N}\right)^2$$

$$Var(X) = \frac{nk}{N} \left[\frac{(N-k)(N-n)}{N(N-1)} \right] \dots(3-3)$$

ตัวอย่างที่ 3.1 ร้านขายผ้าไหมแห่งหนึ่งมีผ้าไหมอยู่จำนวน 24 ชิ้น โดยผู้ขายทราบว่าผ้าไหมที่ชำรุด 18 ชิ้น ถ้าพบว่าผ้าชิ้นไหนชำรุดผู้ขายจะไม่ขายให้กับลูกค้า หากนำผ้าไหมออกเสนอขายครั้งละ 3 ชิ้น จงหาโอกาสที่จะขายผ้าไหมได้ทั้ง 3 ชิ้น

วิธีทำ ให้ X แทนจำนวนผ้าไหมที่ขายได้ ดังนั้น X เป็นการแจกแจงไฮเพอร์จีโอเมตริกและมีค่าเป็น 0, 1, 2, 3

$$N = 24, k = 18, N-k = 24 - 18 = 6 \text{ และ } n = 3$$

จากสมการ (3-1) จะได้

$$P(X=x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{18}{3} \binom{24-18}{3-3}}{\binom{24}{3}}$$

$$= \frac{(816)(1)}{(2,024)} = 0.403$$

โอกาสที่จะขายผ้าไหมได้ทั้ง 3 ชิ้นเท่ากับ 0.403

3.2 คำสั่งการแจกแจงไฮเพอร์จีโอเมตริก

HYPGEOMDIST (ฟังก์ชัน HYPGEOMDIST)

ฟังก์ชันนี้ได้ถูกแทนที่ด้วยฟังก์ชันใหม่อย่างน้อยหนึ่งฟังก์ชัน ซึ่งอาจให้ความถูกต้องมากขึ้น รวมทั้งชื่อที่แสดงถึงการใช้งานได้ดีกว่า ฟังก์ชันนี้ยังคงทำงานร่วมกับ Excel รุ่นก่อนหน้าได้ อย่างไรก็ตาม ความเข้ากันได้กับรุ่นก่อนหน้าไม่ใช่สิ่งจำเป็น คุณควรเริ่มใช้ฟังก์ชันใหม่เนื่องจากฟังก์ชันเหล่านั้นแสดงถึงการทำงานที่ถูกต้องมากกว่า

สำหรับข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับฟังก์ชันใหม่ ให้ดูที่ ฟังก์ชัน HYPGEOM.DIST ไวยากรณ์

HYPGEOMDIST(sample_s,number_sample,population_s,number_pop)

ไวยากรณ์ของฟังก์ชัน HYPGEOMDIST มีอาร์กิวเมนต์ดังต่อไปนี้

- Sample_s (ต้องระบุ) จำนวนครั้งของความสำเร็จในตัวอย่าง
- Number_sample (ต้องระบุ) ขนาดของตัวอย่าง
- Population_s (ต้องระบุ) จำนวนครั้งของความสำเร็จในประชากร
- Number_pop (ต้องระบุ) ขนาดของประชากร

สมการของการแจกแจงไฮเพอร์จีโอเมตริกคือ

$$P(X = x) = h(x; n, M, N) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

โดยที่

x = sample_s

n = number_sample

M = population_s

N = number_population

ฟังก์ชัน HYPGEOMDIST ใช้ในการสุ่มตัวอย่างโดยไม่มีการแทนที่จากประชากรจำกัด

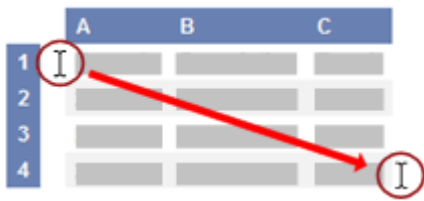
ตัวอย่าง

ช็อกโกแลตที่เก็บตัวอย่างมาทั้งหมด 20 ชิ้น มีแปดชิ้นสอดใส่คาราเมล และที่เหลืออีก 12 ชิ้นสอดใส่ถั่ว ถ้ามีการเลือกสุ่มตัวอย่างช็อกโกแลตแล้วคืนมา 4 ชิ้น ฟังก์ชันต่อไปนี้จะส่งกลับค่าความน่าจะเป็นที่จะมีช็อกโกแลต 1 ชิ้นสอดใส่คาราเมล ถ้าคัดลอกตัวอย่างไปใส่ไว้ในแผ่นงานว่างเปล่าจะทำให้อ่านตัวอย่างได้เข้าใจง่ายขึ้น

☒ คุณจะคัดลอกตัวอย่างได้อย่างไร

1. เลือกตัวอย่างในบทความนี้

สิ่งสำคัญ อย่าเลือกหัวแถวหรือหัวคอลัมน์



การเลือกตัวอย่างจากวิธีใช้

2. กด CTRL+C

3. ใน Excel ให้สร้างสมุดงานหรือแผ่นงานเปล่า

4. ในแผ่นงาน ให้เลือกเซลล์ A1 แล้วกด CTRL+V

สิ่งสำคัญ เพื่อให้ตัวอย่างทำงานอย่างถูกต้อง คุณต้องวางลงในเซลล์ A1 ของแผ่นงาน

5. เมื่อต้องการสลับระหว่างการดูผลลัพธ์และการดูสูตรที่ส่งกลับผลลัพธ์ ให้กด CTRL+` (อักขระเน้นเสียง) หรือบนแท็บสูตร ในกลุ่ม ตรวจสอบสูตร ให้คลิกปุ่ม แสดงสูตร

	A	B
1	ข้อมูล	คำอธิบาย
2	1	จำนวนครั้งที่สำเร็จจากตัวอย่าง
3	4	ขนาดของตัวอย่าง
4	8	จำนวนครั้งที่สำเร็จจากประชากร
5	20	ขนาดของประชากร
6	สูตร	คำอธิบาย (ผลลัพธ์)
7	=HYPGEOMDIST(A2,A3,A4,A5)	การแจกแจงไฮเพอร์จีโอเมตริกของตัวอย่างและประชากรข้างบน (0.363261)

+++++