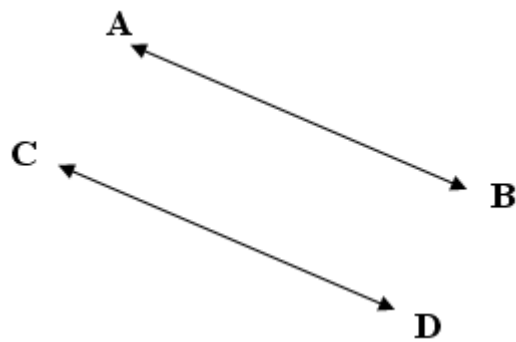


เส้นขนาน

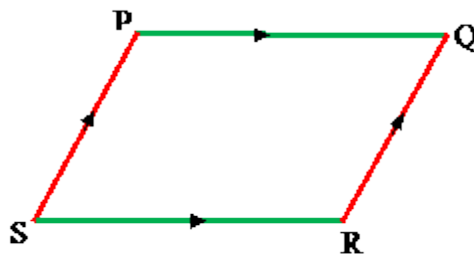
เส้นขนาน คือ เส้นตรงตั้งแต่ 2 เส้นขึ้นไปที่มีระยะห่างระหว่างเส้นตรงนั้นเท่ากันตลอดหรือ เป็นเส้นตรงที่ไม่ว่าจะต่อออกไปยาวเท่าใดก็ไม่มีโอกาสตัดกันเลย

บทนิยาม เส้นตรงสองเส้น ที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงสองเส้น ไม่ตัดกัน



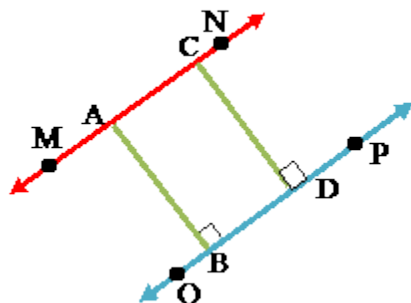
จากรูป เมื่อ \overline{AB} และ \overline{CD} ขนานกัน อาจจะกล่าวว่า \overline{AB} ขนานกับ \overline{CD} หรือ \overline{CD} ขนานกับ \overline{AB}
เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ หรือ $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$

การเขียนส่วนของเส้นตรง หรือ รังสีที่ขนานกัน จะใช้ลูกศรแสดงเส้นที่ขนานกัน เช่น



จากรูป แสดงว่า $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$ และ $\overline{PR} \parallel \overline{QR}$

ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน



จากรูป $\overline{AB} \perp \overline{OP}$ และ $\overline{CD} \perp \overline{OP}$

เรียก \overline{AB} ว่าระยะห่างระหว่าง \overline{MN} และ \overline{OP} ที่วัดจากจุด A

เรียก \overline{CD} ว่าระยะห่างระหว่าง \overline{MN} และ \overline{OP} ที่วัดจากจุด C

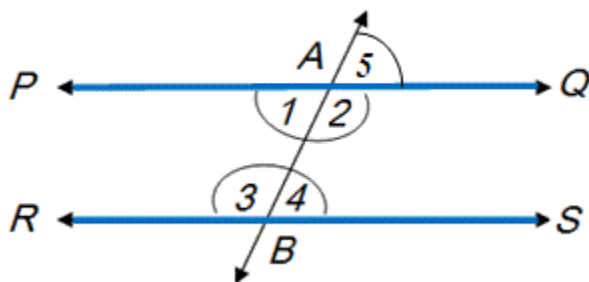
ถ้า $\overline{AB} = \overline{CD}$ จะได้ว่า $\overline{MN} \parallel \overline{OP}$

ถ้า $\overline{AB} \neq \overline{CD}$ จะได้ว่า \overline{MN} ไม่ขนานกับ \overline{OP}

การตรวจสอบว่าเส้นตรงสองเส้นใดๆ ขนานกันหรือไม่ อาจตรวจสอบได้จากระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้งสองเส้น

มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

เส้นตัด คือ เส้นตรงที่ตัดกับเส้นตรงตั้งแต่สองเส้นขึ้นไป โดยที่จุดตัดไม่ซ้ำกัน



จากรูป เรียก \overline{AB} ว่าเส้นตัด

เรียก $\hat{1}$ กับ $\hat{3}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด \overline{AB} และ
เรียก $\hat{2}$ กับ $\hat{4}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด \overline{AB}

เมื่อ $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ โดยมี \overline{AB} เป็นเส้นตัด

จะได้ว่า $\hat{1} + \hat{3} = 180^\circ$ และ $\hat{2} + \hat{4} = 180^\circ$

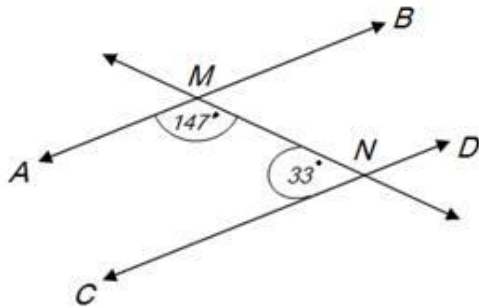
เพราะว่า $\hat{2} + \hat{5} = 180^\circ$ เป็นมุมตรง และ $\hat{2} + \hat{4} = 180^\circ$

จะได้ $\hat{2} + \hat{5} = \hat{2} + \hat{4}$ นั่นคือ $\hat{4} = \hat{5}$

ข้อสังเกต

1. เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งที่ยาวนานกัน มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ 180° หรือ
2. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180° แล้วเส้นตรงคู่นั้น จะขนานกัน

ตัวอย่าง 1 จงพิจารณาว่า \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด



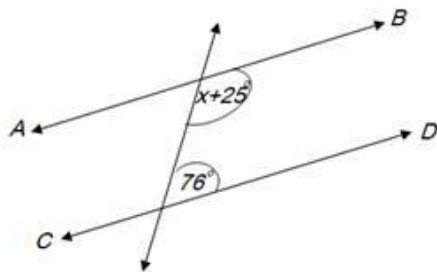
เฉลยตัวอย่าง 1

วิธีทำ พิจารณามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด \overleftrightarrow{MN}

$$\text{รวมกันได้เท่ากับ } 147^\circ + 33^\circ = 180^\circ$$

ดังนั้น \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ขนานกัน

ตัวอย่าง 2 กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ x



เฉลยตัวอย่าง 3

วิธีทำ เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ดังนั้นจะได้

$$(x + 25)^\circ + 76^\circ = 180^\circ \quad (\text{ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด}$$

$$\text{รวมกันได้ } 180^\circ)$$

$$x = (180 - 25 - 76)^\circ$$

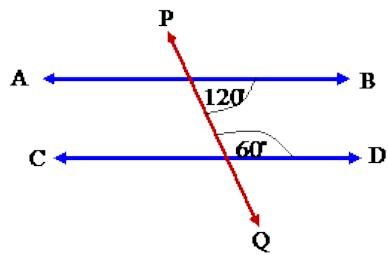
$$x = 79^\circ$$

แบบฝึกหัด

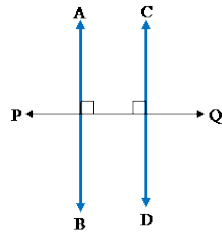
ใช้ตอบคำถามข้อ 1 – 3

กำหนดเส้นตรง \overline{AB} และ เส้นตรง \overline{CD} จงพิจารณาว่าเส้นตรง $\overline{AB} // \overline{CD}$ หรือไม่เพราะเหตุใด

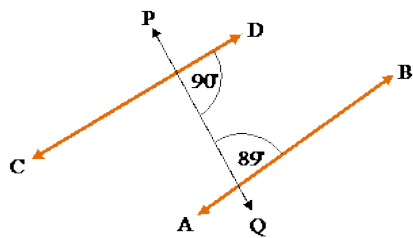
1.



2.



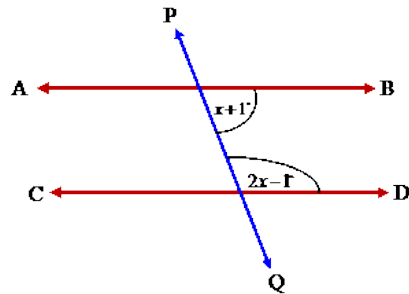
3.



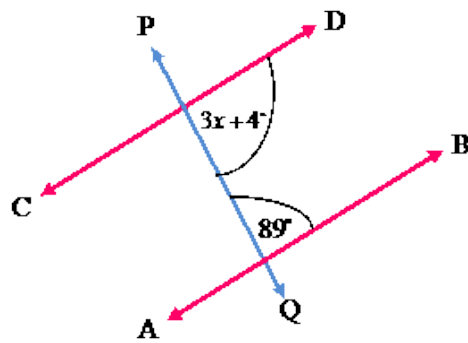
ใช้ตอบคำถามข้อ 4-5

กำหนดเส้นตรง \overline{AB} และ เส้นตรง \overline{CD} โดยมีเส้นตรง \overline{PQ} มาตัดเส้นตรงทั้งสอง
จงหาค่า x ที่ทำให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

4.



5.



1.เฉลย ขนานกัน เพราะ ผลบวกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวมีค่าเป็น 180°

2.เฉลย ขนานกัน เพราะ ผลบวกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวมีค่าเป็น 180°

3.เฉลย ไม่ขนานกัน เพราะ ผลบวกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวมีค่าน้อยกว่า 180°

4.เฉลย เนื่องจากเส้นตรงสองเส้นขนานกันมีเส้นตรงมาตัดขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°

$$\text{จะได้ว่า } x + 1^\circ + 2x - 1^\circ = 180^\circ$$

$$3x = 180^\circ$$

$$x = 60^\circ$$

5.เฉลย เนื่องจากเส้นตรงสองเส้นขนานกันมีเส้นตรงมาตัดขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°

$$\text{จะได้ว่า } 3x + 4^\circ + 89^\circ = 180^\circ$$

$$3x + 93^\circ = 180^\circ$$

$$3x = 180^\circ - 93^\circ = 87^\circ$$

$$x = \frac{87^\circ}{3} = 29^\circ$$

