

เส้นขนาน

1. เส้นขนานและมุมภายใน

บทนิยาม เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกันเมื่อเส้นตรงทั้งสองนี้ไม่ตัดกัน

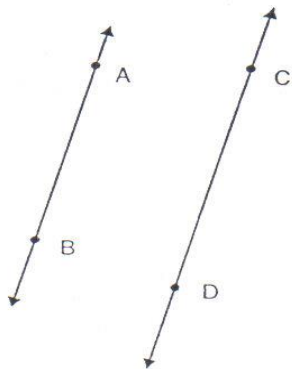
เมื่อ \overleftrightarrow{AB} ขนานกับ \overleftrightarrow{CD} เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$



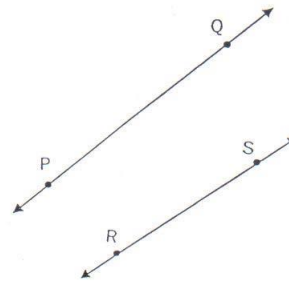
เส้นตรง m ขนานกับเส้นตรง n

ให้นักเรียนพิจารณาว่า เส้นตรงคู่ใดขนานกัน

1)

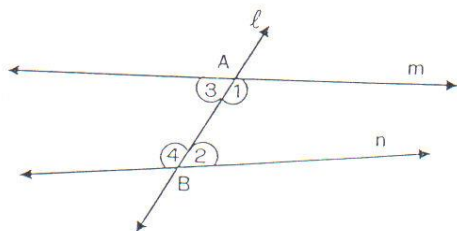


2)



นักเรียนจะเห็นว่า การพิจารณาเส้นตรงคู่ใดขนานกัน โดยใช้บทนิยามนั้นอาจใช้ไม่สะดวก เพราะในหาจุดตัดของเส้นคู่ขนานนั้น นักเรียนอาจต้องเขียนรูปโดยลากเส้นให้ยาวออกไปมาก ๆ จึงเห็นว่าเส้นตรงทั้งสองตัดกัน

ต่อไปนี้เป็นวิธีอีกแบบหนึ่งจะพิจารณาว่าเส้นตรงคู่ใดขนานกัน โดยใช้มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด



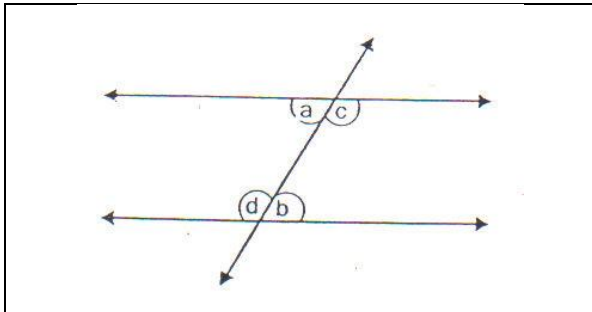
เส้นตรง l ตัดเส้นตรง m และ n ที่จุด A และจุด B เรียกเส้นตรง l หรือ \overleftrightarrow{AB} ว่าเส้นตัด AB
- เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

- เรียก $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

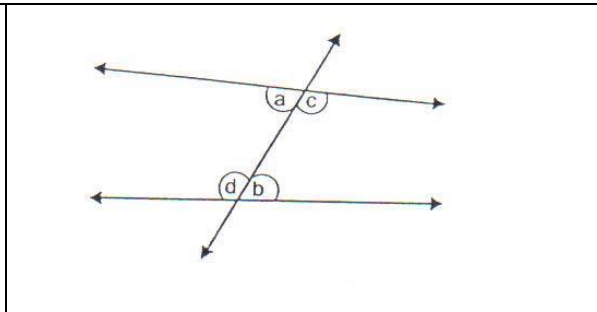
เส้นขนานและมุมแย้ง

ให้นักเรียนดูรูป

เส้นตรงที่ขนานกัน

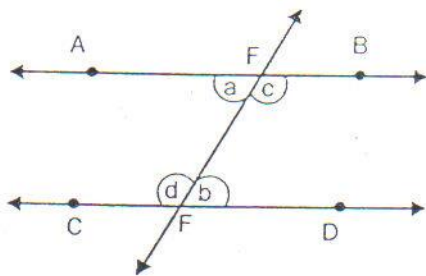


เส้นตรงที่ไม่ขนานกัน



จากรูป เรียกมุม a และมุม b ว่ามุมแย้ง
เรียกมุม c และมุม d ว่ามุมแย้ง

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน

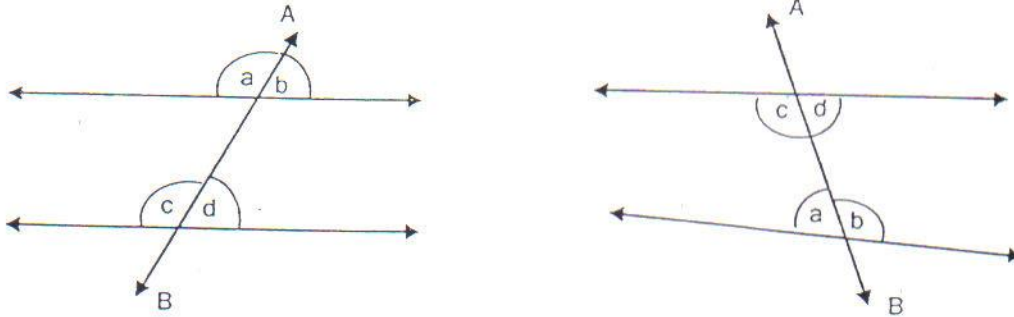


จากรูป \overleftrightarrow{AB} ขนานกับ \overleftrightarrow{CD} และมี \overleftrightarrow{EF}
เป็นเส้นตัด ทำให้เกิดมุมแย้ง จะได้ว่า
มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน คือ $\hat{a} = \hat{b}$
และ $\hat{c} = \hat{d}$

ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้เกิดมุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

จากรูป



เราเรียก \hat{a} และ \hat{b} ว่ามุมภายนอก

\hat{c} และ \hat{d} ว่ามุมภายใน

\hat{a} และ \hat{c} เป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

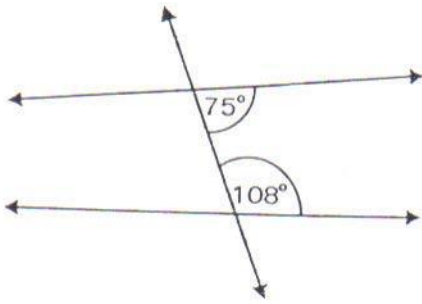
\hat{b} และ \hat{d} เป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

ถ้าเส้นตัดสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตัดแล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะมีขนาดเท่ากัน

แบบฝึกหัด

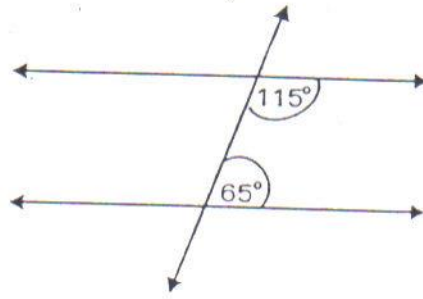
1. ให้นักเรียนพิจารณาว่าเส้นตรงแต่ละคู่ต่อไปนี้เป็นขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1)



.....

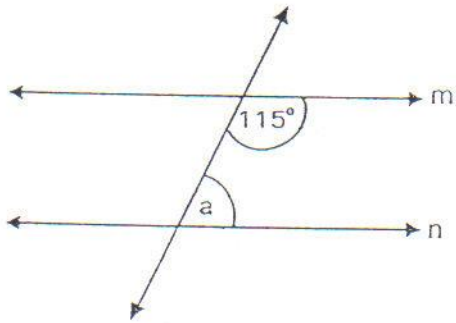
2)



.....

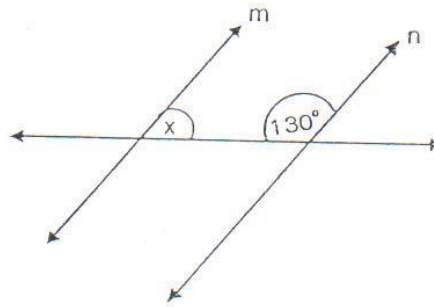
2. กำหนดเส้นตรง m และ n ขนานกันและมีเส้นตัดให้นักเรียนหาค่าของตัวแปรในแต่ละข้อ

1)



$\hat{a} = \dots\dots\dots$

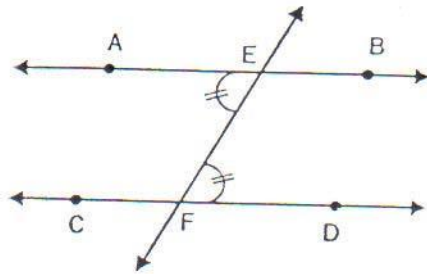
2)



$\hat{x} = \dots\dots\dots$

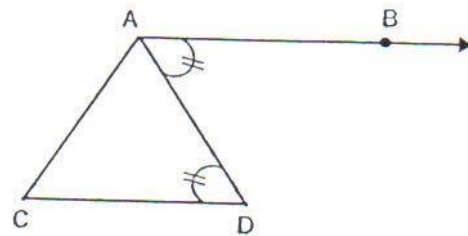
3. จากรูปให้นักเรียนพิจารณาว่า รังสี หรือเส้นตรงคู่ใดขนานกันเพราะอะไร

1)



.....

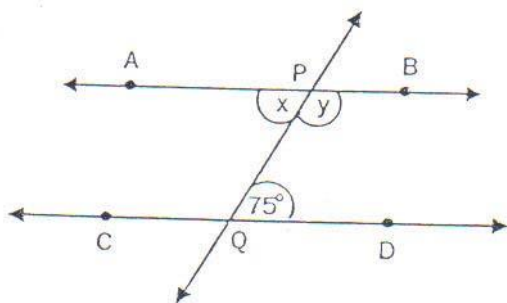
2)



.....

4. ให้นักเรียนหาค่า x และ y ในแต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

1)

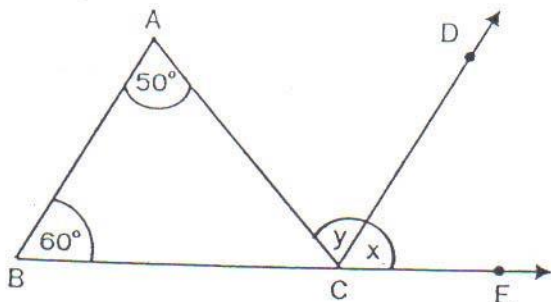


กำหนด $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ และ $\hat{PQD} = 75^\circ$

$x = \dots\dots\dots$

$y = \dots\dots\dots$

2)



กำหนด $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$

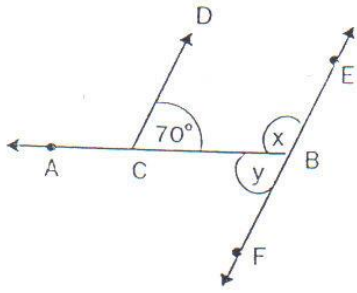
$\hat{BAC} = 50^\circ$

$\hat{ABC} = 60^\circ$

$\hat{ACE} = \dots\dots\dots$

5. ให้นักเรียนหาค่าตัวแปรในแต่ละข้อต่อไปนี้

1)

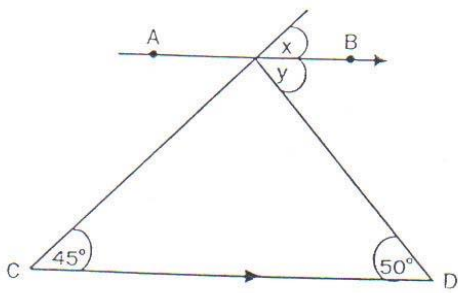


ให้ $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{EF}$ และ $\hat{CDB} = 70^\circ$

$x = \dots\dots\dots$

$y = \dots\dots\dots$

2)



ให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$

$x = \dots\dots\dots$

$y = \dots\dots\dots$

เฉลยแบบฝึกหัด

1. เฉลย 1) ไม่ขนานกันเพราะ $75^\circ + 108^\circ \neq 180^\circ$
2) ขนานกันเพราะ $115^\circ + 65^\circ = 180^\circ$

2. เฉลย 1) $\hat{a} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$
2) $\hat{x} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

3. เฉลย 1) $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ เพราะมีมุมแย้ง $\hat{AEF} = \hat{EFD}$
2) $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ เพราะมีมุมแย้ง $\hat{BAD} = \hat{ADC}$

4. เฉลย 1) $\hat{x} = 75^\circ$ (มุมแย้ง)
 $\hat{y} = 180^\circ - 75^\circ$ (ผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด)
 $= 105^\circ$
2) $\hat{y} = 50^\circ$ (มุมแย้ง)
 $\hat{x} = 180^\circ - \hat{y} - \hat{ABC}$ (ขนาดของมุมตรง)
 $= 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ$
 $= 60^\circ$

5. เฉลย 1) $\hat{x} = 110^\circ$, $\hat{y} = 70^\circ$
2) $\hat{x} = 45^\circ$, $\hat{y} = 50^\circ$