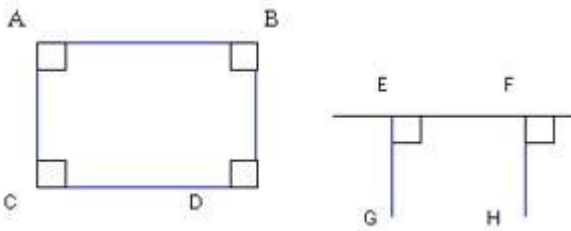


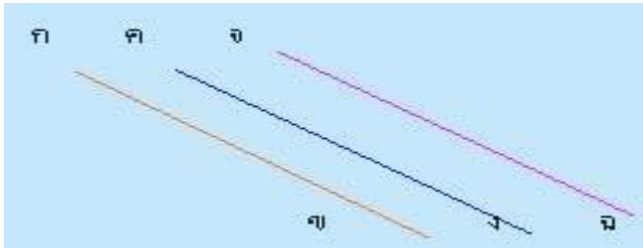
เส้นขนาน

เส้นขนาน (//)

คือ เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ไม่ตัดกัน และมีระยะห่างระหว่างเส้นทั้งสองเท่ากันเสมอ เส้นขนานอาจเป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้งก็ได้ เช่น รางรถไฟขอบข้างในรถยนต์ เส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรงเดียวกันย่อมขนานกัน และเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรงเดียวกันย่อมขนานกัน ดังรูป



สรุป $AB \parallel CD$, $AC \parallel BD$, $GE \parallel HF$

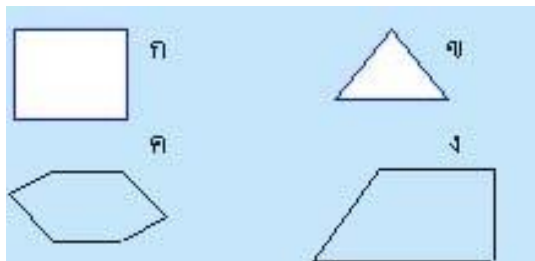


สรุป กข//คข, คข//ฉฉ, ดังนั้น กข// ฉฉ

ทดสอบความเข้าใจ

- ข้อ 1. สิ่งใดประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงที่ขนานกัน
- ข้อ 2. รูปใดไม่มีส่วนของเส้นตรงขนานกัน

ก. ซองจดหมาย ข. ลูกปิงปอง ค. มะละกอ ง. น้อยหน้า



เฉลย ข้อ 1. ตอบ ก. ข้อ 2. ตอบ ข

มุมภายนอก

แบ่งตามความยาวของด้าน

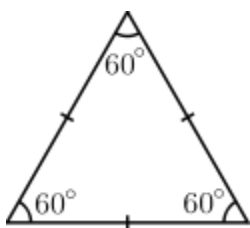
· รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า (equilateral) มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปหลายเหลี่ยมมุมเท่า นั่นคือ มุมภายใน ในทุกมุมจะมีขนาดเท่ากัน คือ 60°

และเป็นรูปหลายเหลี่ยมปกติ

· รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (isosceles) มีด้านสองด้านยาวเท่ากัน (ตามความหมายเริ่มแรกโดยยูคลิด ถึงแม้ว่ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจะสามารถจัดว่าเป็น

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้ด้วย เพราะมีด้านที่ยาวเท่ากันอย่างน้อยสองด้าน) และมีมุมสองมุมขนาดเท่ากัน คือมุมที่ไม่ได้ประกอบด้วยด้านที่เท่ากันทั้งสอง

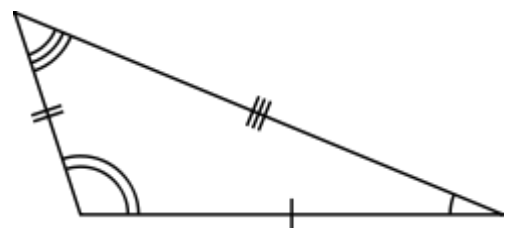
· รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า (scalene) ด้านทุกด้านจะมีความยาวแตกต่างกัน มุมภายในก็มีขนาดแตกต่างกันด้วย



รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า



รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

แบ่งตามมุมภายใน

· รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (right, right-angled, rectangled) มีมุมภายในมุมหนึ่งมีขนาด 90° (มุมฉาก) ด้านที่อยู่ตรงข้ามกับ

มุมฉากเรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

ซึ่งเป็นด้านที่ยาวที่สุดในรูปสามเหลี่ยม อีกสองด้านเรียกว่า ด้านประกอบมุมฉาก ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

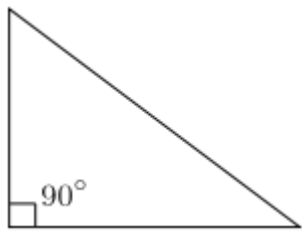
สัมพันธ์กันตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส

นั่นคือกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก c จะเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก a, b เขียนอย่างย่อเป็น คู่อันดับที่

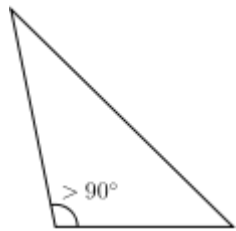
รูปสามเหลี่ยมมุมฉากพิเศษ

- รูปสามเหลี่ยมมุมเฉียง (oblique) ไม่มีมุมใดเป็นมุมฉาก ซึ่งอาจหมายถึงรูปสามเหลี่ยมมุมป้านหรือรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม
- รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน (obtuse) มีมุมภายในมุมหนึ่งมีขนาดใหญ่กว่า 90° (มุมป้าน)
- รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม (acute) มุมภายในทุกมุมมีขนาดเล็กกว่า 90° (มุมแหลม) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

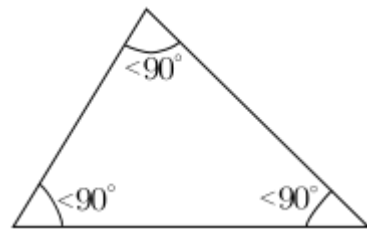
แต่รูปสามเหลี่ยมมุมแหลมทุกรูปไม่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน



รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

มุมภายใน

แบ่งตามความยาวของด้าน

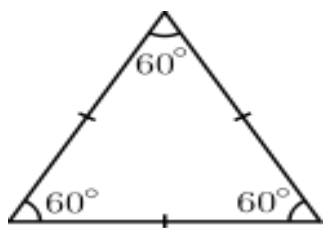
- รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า (equilateral) มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปหลายเหลี่ยมมุมเท่า นั่นคือมุมภายในทุกมุมจะมีขนาดเท่ากัน คือ 60°

และเป็นรูปหลายเหลี่ยมปกติ

- รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (isosceles) มีด้านสองด้านยาวเท่ากัน (ตามความหมายเริ่มแรกโดย**ยุคลิด** ถึงแม้ว่ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจะสามารถจัดว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้ด้วย เพราะมีด้านที่ยาวเท่ากันอย่างน้อยสองด้าน) และมีมุมสองมุมขนาดเท่ากัน

คือมุมที่ไม่ได้ประกอบด้วยด้านที่เท่ากันทั้งสอง

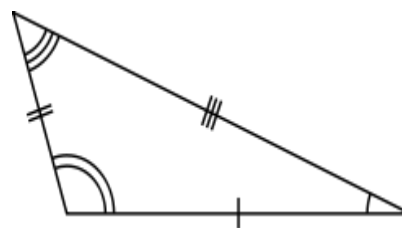
- รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า (scalene) ด้านทุกด้านจะมีความยาวแตกต่างกัน มุมภายในก็มีขนาดแตกต่างกันด้วย



รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า



รูปสามเหลี่ยมหน้า
จั่ว



รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

แบ่งตามมุมภายใน

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (right, right-angled, rectangled) มีมุมภายในมุมหนึ่งมีขนาด 90° (มุมฉาก) ด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมฉากเรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

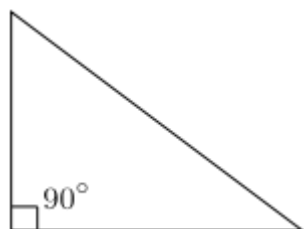
ซึ่งเป็นด้านที่ยาวที่สุดในรูปสามเหลี่ยม อีกสองด้านเรียกว่า ด้านประกอบมุมฉาก ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสัมพันธ์กันตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส

นั่นคือกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก c จะเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก a, b เขียนอย่างย่อเป็น ดูเพิ่มเติมที่

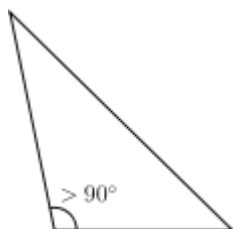
รูปสามเหลี่ยมมุมฉากพิเศษ

- รูปสามเหลี่ยมมุมเฉียง (oblique) ไม่มีมุมใดเป็นมุมฉาก ซึ่งอาจหมายถึงรูปสามเหลี่ยมมุมป้านหรือรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม
- รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน (obtuse) มีมุมภายในมุมหนึ่งมีขนาดใหญ่กว่า 90° (มุมป้าน)
- รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม (acute) มุมภายในทุกมุมมีขนาดเล็กกว่า 90° (มุมแหลม) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

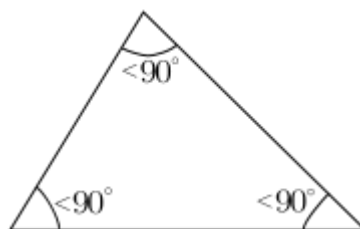
แต่รูปสามเหลี่ยมมุมแหลมทุกรูปไม่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน



รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 จงแสดงว่า เส้นตรงที่ผ่านจุด A (4,5) และ B (1,2) ขนาน

กับเส้นตรงที่ผ่านจุด C (2,8) และ D (-2,4)

วิธีทำ ความชันของเส้นตรง AB = $\frac{5 - 2}{4 - 1} = 1$

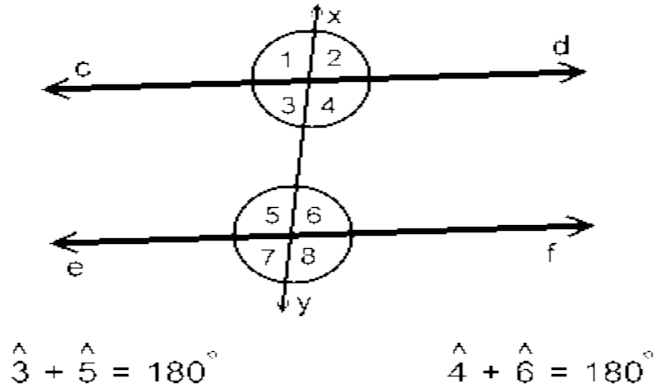
ความชันของเส้นตรง CD = $\frac{8 - 4}{2 - (-2)} = 1$

นั่นคือ เส้นตรง AB ขนานกับเส้นตรง CD

ข้อสังเกต ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีความชันเท่ากัน และมีจุดร่วมกันอยู่

หนึ่งจุดแล้ว เส้นตรงทั้งสองจะเป็นเส้นตรงเดียวกัน

ตัวอย่าง 2 กำหนดให้ ab และ cd แต่ละรูปขนานกัน มุมภายในบนเส้นเดียวกันของเส้นตัดบวกกันได้ 180°



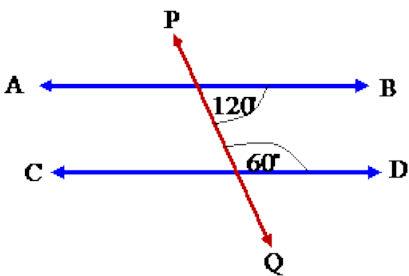
ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

แบบฝึกหัด

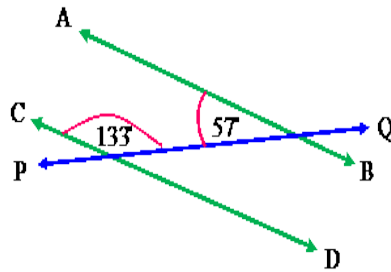
ใช้ตอบคำถามข้อ 1 – 5

กำหนดเส้นตรง \overline{AB} และ เส้นตรง \overline{CD} จงพิจารณาว่าเส้นตรง $\overline{AB} // \overline{CD}$ หรือไม่เพราะเหตุใด

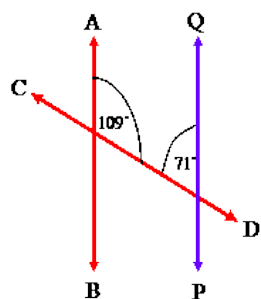
1.



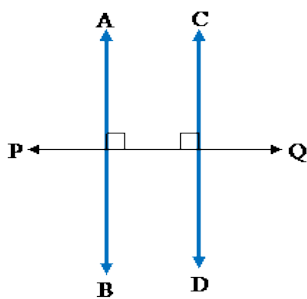
2.



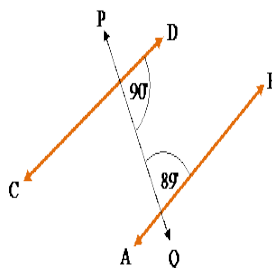
3.



4.



5.



เฉลยแบบฝึกหัด

1. **เฉลย** ขนานกัน เพราะ ผลบวกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันมีค่าเป็น 180°
2. **เฉลย** ไม่ขนานกัน เพราะ ผลบวกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันมีค่ามากกว่า 180°
3. **เฉลย** ไม่ขนานกัน เพราะ \overline{AB} ตัดกับ \overline{CD}
4. **เฉลย** ขนานกัน เพราะ ผลบวกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันมีค่าเป็น 180°
5. **เฉลย** ไม่ขนานกัน เพราะ ผลบวกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันมีค่าน้อยกว่า 180°

อ้างอิง

<http://e-learning.kusol.org/mod/scorm/player.php>

<https://sites.google.com/site/khnitsastrm2753/home/sen-khnan/sen-khnan-elea-mum-eyeng-phayni>