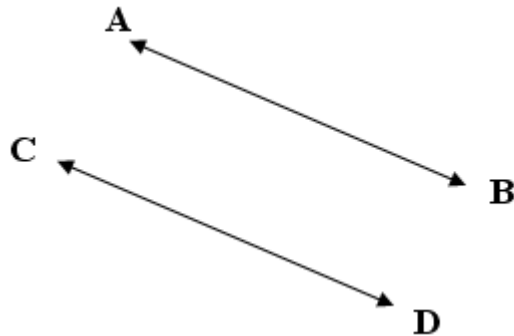


เส้นขนาน

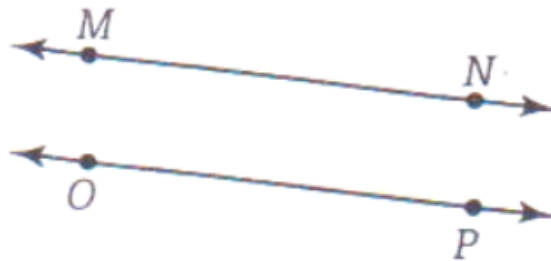
1. เส้นขนานและมุมภายใน

เส้นขนาน (Parallel lines) คือ เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ไม่ตัดกัน และมีระยะห่างระหว่างเส้นทั้งสองเท่ากันเสมอ



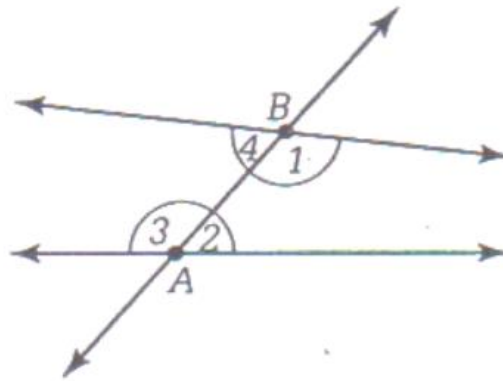
จากรูป $AB \parallel CD$ (หมายความว่า AB ขนานกันกับ CD)

บทนิยาม เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกัน เมื่อเส้นทั้งสองนี้ไม่ตัดกัน

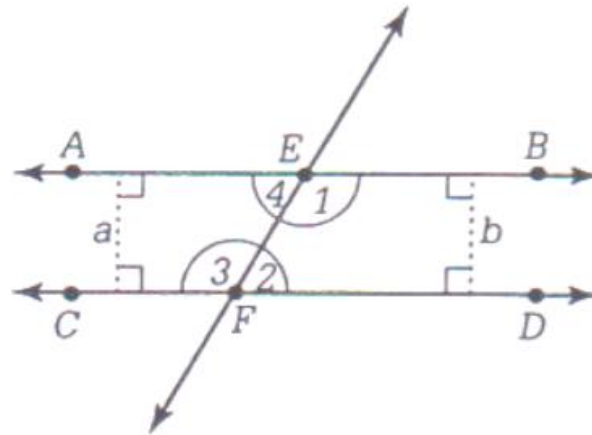


จากรูป \overleftrightarrow{MN} ขนานกับ \overleftrightarrow{OP} เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overleftrightarrow{MN} \parallel \overleftrightarrow{OP}$ ซึ่ง \overleftrightarrow{MN} และ \overleftrightarrow{OP} จะไม่ตัดกัน

เส้นตัดขวาง คือ เส้นตรงซึ่งตัดกับเส้นตรงตั้งแต่สองเส้นขึ้นไป โดยจุดตัดไม่ซ้ำกันพิจารณาจากรูปต่อไปนี้



เรียก \overleftrightarrow{AB} ว่า เส้นตัด \overleftrightarrow{AB} จะเห็นว่าเส้นตรงที่ถูกตัดจะขนานกันหรือไม่ขนานกันก็ตาม จะเกิดมุมขึ้นมา โดยเรียก 1 และ 2 ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB และเรียก 3 และ 4 ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB ด้วย



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ มี \overleftrightarrow{EF} เป็นเส้นตัดขวาง จะได้

$$\hat{1} + \hat{2} = 180 \text{ องศา}$$

$$\hat{3} + \hat{4} = 180 \text{ องศา}$$

ดังนั้น $a = b$

สมบัติของเส้นขนาน (parallel lines) กับมุมภายใน(interior angle)

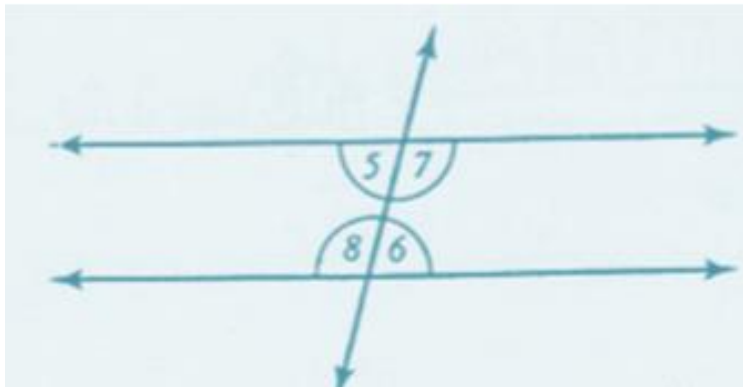
1. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตัดแล้ว ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมเป็น 180 องศา
2. เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อระยะระหว่างเส้นตรงสองเส้นเท่ากันเสมอ
3. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

2.เส้นขนานและมุมแย้ง

มุมแย้ง (Alternate-interior angles)

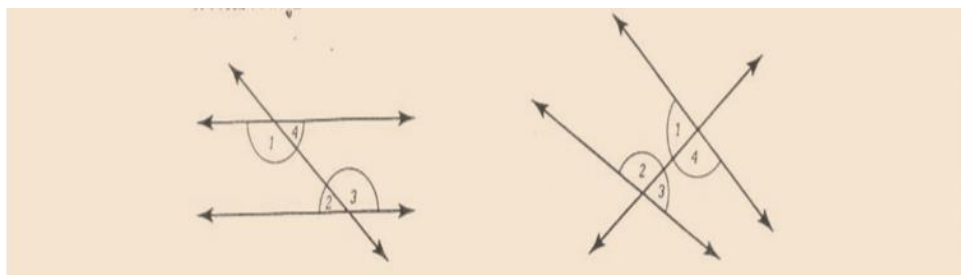
เส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตรงเส้นหนึ่งตัด จะเกิดมุมแย้ง 2 คู่ คือ

5° แแย้งกับ 6° และ 7° แแย้งกับ 8° ดังรูป



ถ้าเส้นตรง \overleftrightarrow{AB} ขนานกับ เส้นตรง \overleftrightarrow{CD}

เราอาจเขียนแทนด้วย $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$



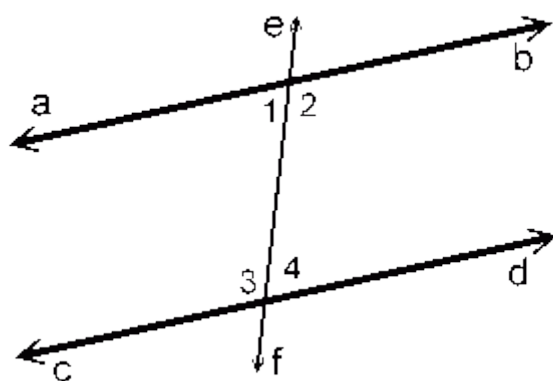
เรียก 1 และ 3 ว่ามุมแย้ง และเรียก 2 และ 4 ว่ามุมแย้ง

สมบัติของเส้นขนาน (parallel lines) และมุมแย้ง (alternate-interior angles)

1. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน
2. ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

3. เส้นขนานและมุมภายในกับมุมภายใน

มุมภายในบนข้างเดียวของเส้นตัด



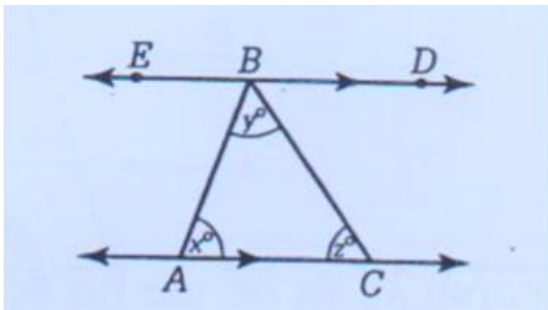
$ab \parallel cd$ มีเส้นตรง ef ตัด ทำให้เกิดมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดสองข้าง คือ มุม 1 กับ 3 และ มุม 2 กับ 4

สมบัติของเส้นขนาน และมุมภายนอกกับมุมภายใน ที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

1. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะมีขนาดเท่ากัน
2. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

4. รูปสามเหลี่ยมและเส้นขนาน

การหาผลรวมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมว่ามีขนาดรวมกันกี่องศา โดยใช้สมบัติของเส้นขนานและมุมแย้งได้ดังนี้



ให้ \widehat{BAC} มีขนาด x องศา \widehat{ABC} มีขนาด y องศา และ \widehat{ACB} มีขนาด z องศา

เนื่องจาก $\overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{ED}$ ดังนั้น $\widehat{ABE} = \widehat{BAC} = x^\circ$

และ $\widehat{CBD} = \widehat{ACB} = z^\circ$

เนื่องจาก $\widehat{ABE} + \widehat{ABC} + \widehat{CBD} = 180^\circ$

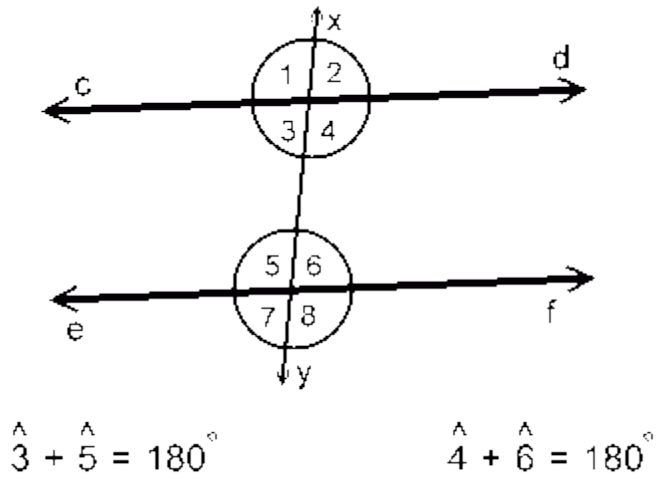
จะได้ $x^\circ + y^\circ + z^\circ = 180^\circ$

ดังนั้น $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$

นั่นคือ ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมใดๆ รวมกันได้ 180 องศา

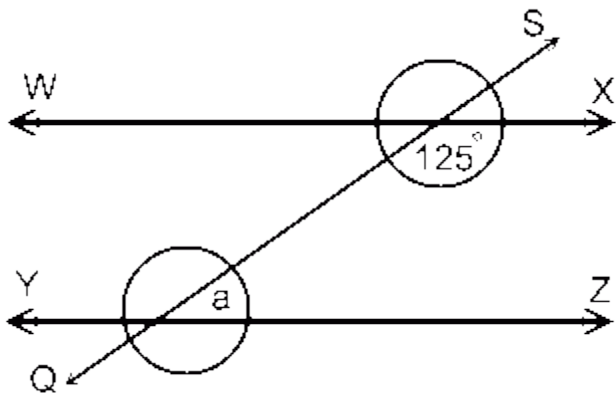
ตัวอย่าง 1

กำหนดให้ ab และ cd แต่ละรูปขนานกัน มุมภายในบนเส้นเดียวกันของเส้นตัดบวกกันได้ 180°



ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

ตัวอย่าง 2 จงหาค่าของมุม a ในกรณีต่อไปนี้



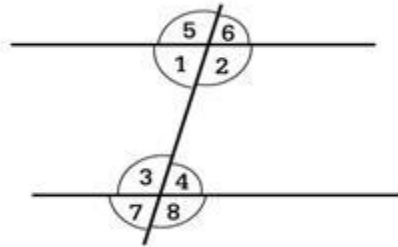
$$a = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

แบบฝึกหัด

ข้อ 1 ข้อใดไม่ถูกต้อง

- ตัวเลือกที่ 1 : ลากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้เกิดมุมภายใน
- ตัวเลือกที่ 2 : มุมภายในที่อยู่เยื้องกัน เรียกว่ามุมแย้ง
- ตัวเลือกที่ 3 : ลากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง จะเกิดมุมแย้งที่เท่ากัน
- ตัวเลือกที่ 4 : ลากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง จะเกิดมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันมากกว่า 180 องศา

ข้อ 2 ข้อใดถูกต้อง

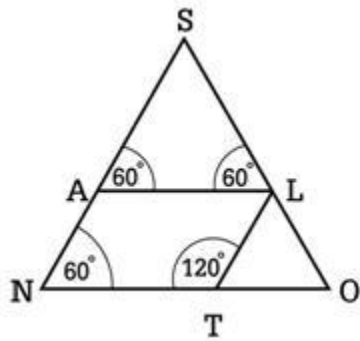


- ตัวเลือกที่ 1 : มุม 1 และ มุม 3 เป็นมุมแย้ง
- ตัวเลือกที่ 2 : มุม 2 และ มุม 4 เป็นมุมแย้ง
- ตัวเลือกที่ 3 : มุม 1 และ มุม 4 เป็นมุมแย้ง
- ตัวเลือกที่ 4 : มุม 5, 6, 7 และ 8 เป็นมุมภายใน

ข้อ 3 ข้อใดไม่มีเส้นขนานเป็นส่วนประกอบ

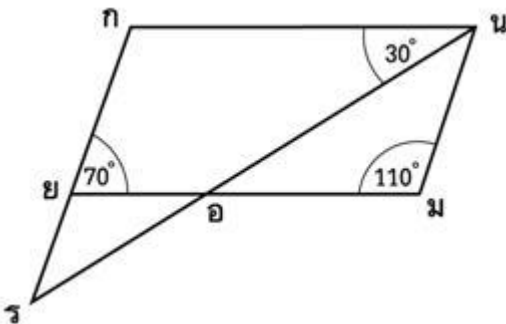
- ตัวเลือกที่ 1 : ตู
- ตัวเลือกที่ 2 : โถงน้ำ
- ตัวเลือกที่ 3 : รั้วบ้าน
- ตัวเลือกที่ 4 : หน้าต่าง

ข้อ 4 จากภาพ ตอบคำถามข้อ 4 - 5 มุม SON มีขนาดกี่องศา



- ตัวเลือกที่ 1 : 45 องศา
- ตัวเลือกที่ 2 : 60 องศา
- ตัวเลือกที่ 3 : 90 องศา
- ตัวเลือกที่ 3 : 90 องศา

ข้อ 5 จากภาพ ตอบคำถามข้อ 6 - 7 มุมใดเป็นมุมแย้งกัน



- ตัวเลือกที่ 1 : มุม กนอ และ มุม มอน
- ตัวเลือกที่ 2 : มุม กยม และ มุม นมอ
- ตัวเลือกที่ 3 : มุม กรน และ มุม กนร
- ตัวเลือกที่ 4 : มุม นมย และ มุม มนอ

เฉลยแบบฝึกหัด

ข้อ 1 ตอบ 4

ข้อ 2 ตอบ 3

ข้อ 3 ตอบ 2

ข้อ 4 ตอบ 2

ข้อ 5 ตอบ 1

อ้างอิง

<https://sites.google.com/site/bumbim54811426/hnwy-thi4-sen-khnan/4-1-sen-khnan-laea-mum-phayni>

<https://docs.google.com/presentation/d/1zGxcCdwXeSMsoq1u-YbNyZuIF-JywH7FQzGHraFjudg/edit?pli=1#slide=id.i0>

<http://e-learning.kusol.org/mod/scorm/player.php>