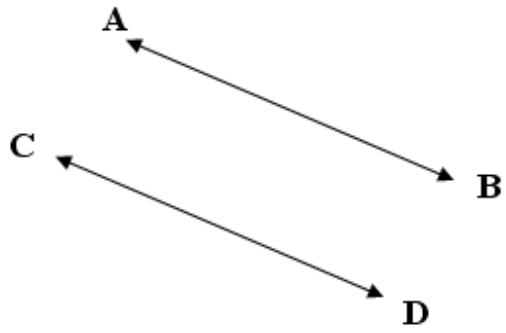
1. เส้นขนานและมุมภายใน

1.1 เส้นขนานและมุมภายใน

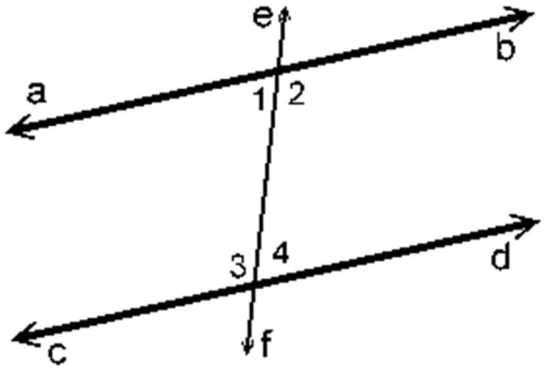


นิยาม เส้นตรงสองเส้นที่บนระนาบเดียวกันขนานกันเมื่อเส้นทั้งสองนี้ไม่ตัด

หลักการง่ายที่ใช้พิจารณาว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่

1. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

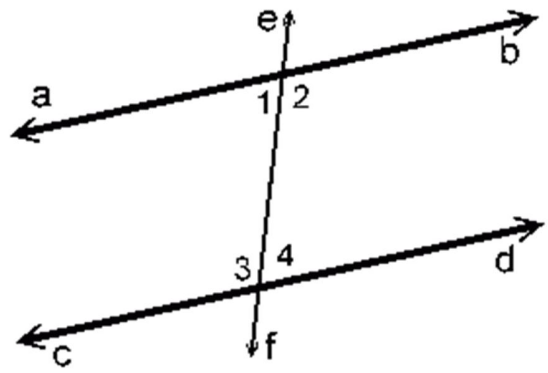
2. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาแล้ว เส้นตรงคู่นี้จะขนานกัน



บทนิยาม

เส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเราเรียกมุมที่อยู่ภายในระหว่างเส้นคู่ขนาน เรียกว่า *มุมภายใน*

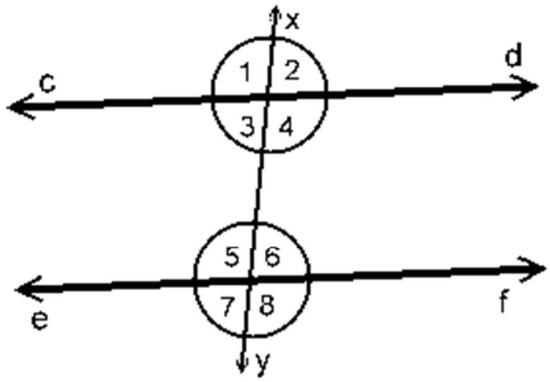
มุมภายในบนข้างเดียวของเส้นตัด



ab // cd มีเส้นตรง ef ตัด ทำให้เกิดมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดสองข้าง คือ มุม 1 กับ 3 และ มุม 2 กับ 4

ตัวอย่าง 1

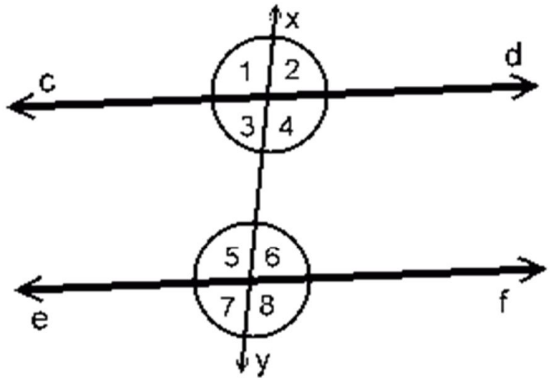
ab // cd มีเส้นตรง ef ตัด ทำให้เกิดมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดสองข้าง คือ มุม 1 กับ 3 และ มุม 2 กับ 4



$\hat{4}$ กับ $\hat{6}$ และ $\hat{3}$ กับ $\hat{5}$ เป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ตัวอย่าง 2

กำหนดให้ ab และ cd แต่ละรูปขนานก้น มุมภายในบนเส้นเดียวกันของเส้นตัดบวกกันได้ 180°

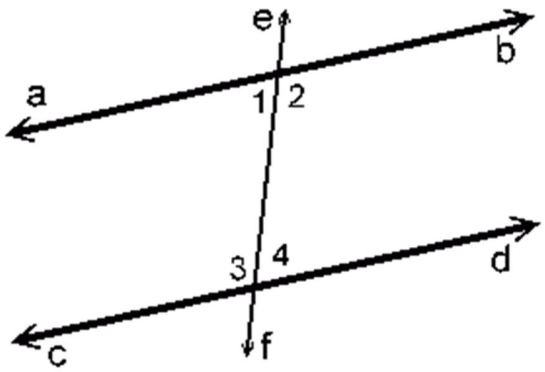


$\hat{3} + \hat{5} = 180^{\circ}$ $\hat{4} + \hat{6} = 180^{\circ}$

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

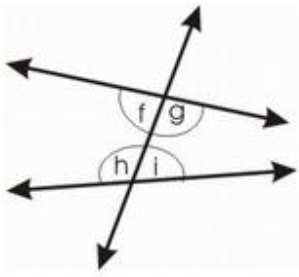
2 เส้นขนานและมุมแย้ง

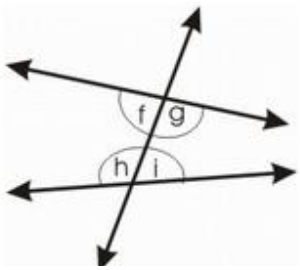
2.1 เส้นขนานและมุมแย้ง

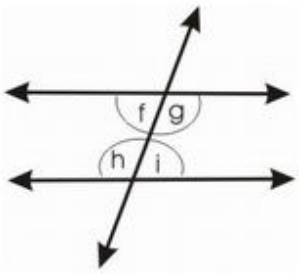


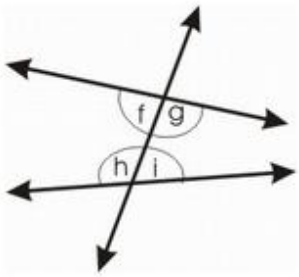
1. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน

2 . เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ถ้ามุมแย้งที่เกิดขึ้นมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน





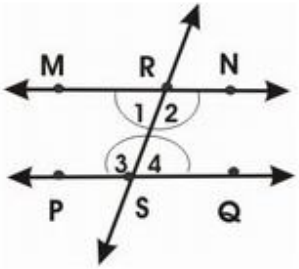




จากรูป มุม f และ มุม i เป็นมุมแย้ง มุม g และ มุม h เป็นมุมแย้ง

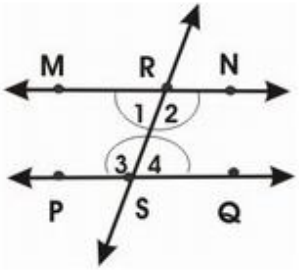
ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตรงอีกเส้นหนึ่งมาตัดเส้นขนานแล้ว มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน

จากรูป MN ขนานกับ PQ และ RS เป็นเส้นตัดทำให้เกิดมุมแย้ง จะได้ว่า มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน ดังนี้



MRS = RSQ (มุม 1 = มุม 4) และ NRS = RSP (มุม 2 = มุม 3)

ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้มุมแย้งที่เกิดขึ้นมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

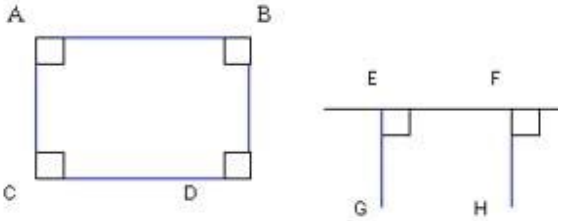


จากรูป RS ตัด MN และ PQ ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน คือ มุม 1 = มุม 4 หรือ มุม 2 = มุม 3 จะได้ว่า เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

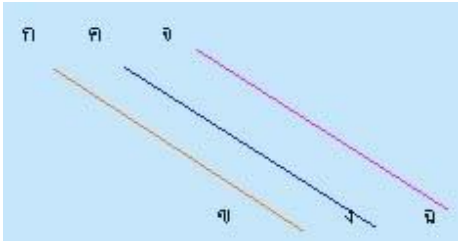
3 เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

<u>3.1เส้นขนาน (//)</u>

คือ เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ไม่ตัดกัน และมีระยะห่างระหว่างเส้นทั้งสองเท่ากันเสมอ เส้นขนานอาจเป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้งก็ได้ เช่น รางรถไฟ ขอบยางในรถยนต์
เส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรงเดียวกันย่อมขนานกัน และเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรงเดียวกันย่อมขนานกัน ดังรูป



สรุป AB//CD , AC // BD , GE // HF



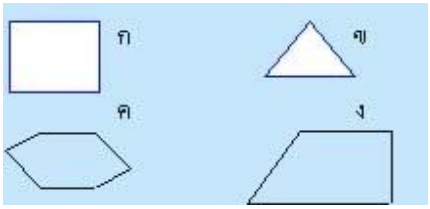
สรุป กข//คง ,คง //จฉ , ดังนั้น กข// จฉ

<u>ตัวอย่าง</u>

ข้อ 1. สิ่งใดประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงที่ขนานกัน

ก. ซองจดหมาย ข. ลูกปิงปอง ค. มะละกอ ง. น้อยหน่า

ข้อ 2. รูปใดไม่มีส่วนของเส้นตรงขนานกัน



<u>เฉลย</u> ข้อ 1. ตอบ ก. ข้อ 2. ตอบ ข

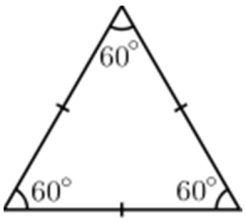
มุมภายนอก

แบ่งตามความยาวของด้าน

- **รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า (equilateral) มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปหลายเหลี่ยมมุมเท่า นั่นคือมุมภายในทุกมุมจะมีขนาดเท่ากัน คือ 60° และเป็นรูปหลายเหลี่ยมปกติ [1]**

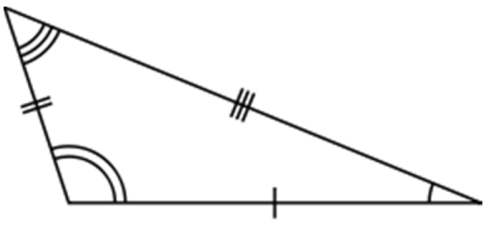
- **รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (isosceles) มีด้านสองด้านยาวเท่ากัน (ตามความหมายเริ่มแรกโดยยุคลิด ถึงแม้ว่ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจะสามารถจัดว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้ด้วย เพราะมีด้านที่ยาวเท่ากันอย่างน้อยสองด้าน) และมีมุมสองมุมขนาดเท่ากัน คือมุมที่ไม่ได้ประกอบด้วยด้านที่เท่ากันทั้งสอง [2]**

- **รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า (scalene) ด้านทุกด้านจะมีความยาวแตกต่างกัน มุมภายในก็มีขนาดแตกต่างกันด้วย [3]**



รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

แบ่งตามมุมภายใน

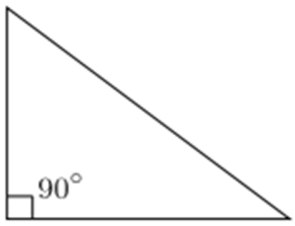
- **รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (right, right-angled, rectangled) มีมุมภายในมุมหนึ่งมีขนาด 90° (มุมฉาก) ด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมฉากเรียกว่า *ด้านตรงข้ามมุมฉาก* ซึ่งเป็นด้านที่ยาวที่สุดในรูปสามเหลี่ยม อีกสองด้านเรียกว่า *ด้านประกอบมุมฉาก* ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสัมพันธ์กันตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส นั่นคือกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก c จะเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก a, b เขียนอย่างย่อเป็น ดูเพิ่มเติมที่ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากพิเศษ**

- **รูปสามเหลี่ยมมุมเฉียง (oblique) ไม่มีมุมใดเป็นมุมฉาก ซึ่งอาจหมายถึงรูปสามเหลี่ยมมุมป้านหรือรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม**

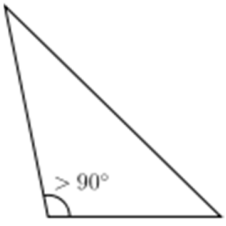
- **รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน (obtuse) มีมุมภายในมุมหนึ่งมีขนาดใหญ่กว่า 90° (มุมป้าน)**

- **รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม (acute) มุมภายในทุกมุมมีขนาดเล็กกว่า 90° (มุมแหลม)**

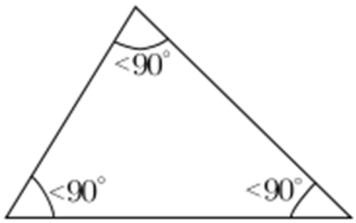
รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม แต่รูปสามเหลี่ยมมุมแหลมทุกรูปไม่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

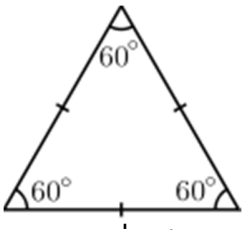


รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

มุมภายใน

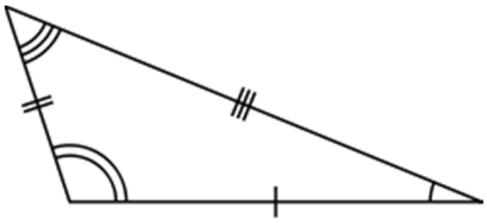
แบ่งตามความยาวของด้าน

- **รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า (equilateral) มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปหลายเหลี่ยมมุมเท่า นั่นคือมุมภายในทุกมุมจะมีขนาดเท่ากัน คือ 60° และเป็นรูปหลายเหลี่ยมปกติ [1]**
- **รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (isosceles) มีด้านสองด้านยาวเท่ากัน (ตามความหมายเริ่มแรกโดยยุคลิด ถึงแม้ว่ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจะสามารถจัดว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้ด้วย เพราะมีด้านที่ยาวเท่ากันอย่างน้อยสองด้าน) และมีมุมสองมุมขนาดเท่ากัน คือมุมที่ไม่ได้ประกอบด้วยด้านที่เท่ากันทั้งสอง [2]**
- **รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า (scalene) ด้านทุกด้านจะมีความยาวแตกต่างกัน มุมภายในก็มีขนาดแตกต่างกันด้วย [3]**



รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

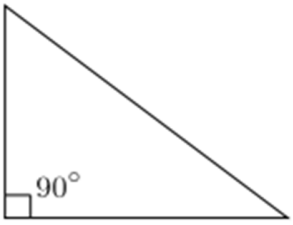
แบ่งตามมุมภายใน

- **รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (right, right-angled, rectangled) มีมุมภายในมุมหนึ่งมีขนาด 90° (มุมฉาก) ด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมฉากเรียกว่า *ด้านตรงข้ามมุมฉาก* ซึ่งเป็นด้านที่ยาวที่สุดในรูปสามเหลี่ยม อีกสองด้านเรียกว่า *ด้านประกอบมุมฉาก* ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสัมพันธ์กันตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส นั่นคือกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก c จะเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก a, b เขียนอย่างย่อเป็น ดูเพิ่มเติมที่ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากพิเศษ**

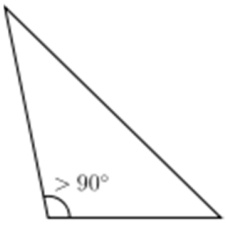
- **รูปสามเหลี่ยมมุมเฉียง (oblique) ไม่มีมุมใดเป็นมุมฉาก ซึ่งอาจหมายถึงรูปสามเหลี่ยมมุมป้านหรือรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม**

- **รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน (obtuse) มีมุมภายในมุมหนึ่งมีขนาดใหญ่กว่า 90° (มุมป้าน)**

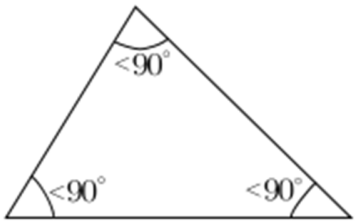
- **รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม (acute) มุมภายในทุกมุมมีขนาดเล็กกว่า 90° (มุมแหลม) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม แต่รูปสามเหลี่ยมมุมแหลมทุกรูปไม่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า**



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



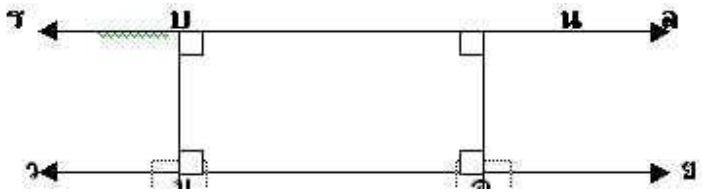
รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน



รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

4 เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

เส้นขนาน



เส้นขนาน หมายถึง เส้นตรงตั้งแต่สองเส้นขึ้นไปที่มีระยะทางระหว่างเส้นเท่ากันไปตลอดไม่ว่าจะลากต่อปลายออกไปยาวเท่าไรก็ตามจะไม่พบกัน นอกจากนี้เส้นโค้งก็ยังเป็นเส้นขนานได้ เรียกว่า โค้งขนาน เส้นตรงสองเส้นจะขนานกันต่อเมื่อเส้นตรงทั้งสอง มีระยะห่างเท่ากันเสมอ และใช้สัญลักษณ์ "// " แทนการขนาน จากรูปเส้นตรง รล ขนานกับเส้นตรง วย เพราะมีระยะห่างเท่ากัน การพิสูจน์ว่าเส้นตรงทั้งสองมีระยะห่างเท่ากัน มีขั้นตอนดังนี้คือ

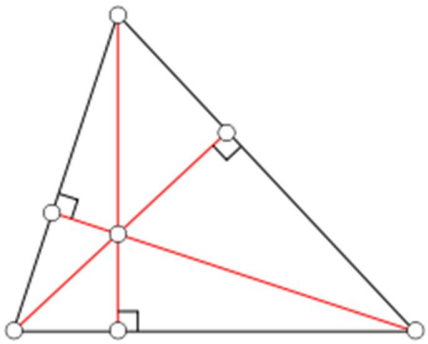
ขั้นที่ 1 กำหนดจุดบนเส้นตรงเส้นใดเส้นหนึ่งอย่างน้อย 2 ตำแหน่ง โดยให้ตำแหน่งจุดที่กำหนดอยู่ค่อนปลายเส้นทางซ้ายและทางขวาที่ละตำแหน่ง
ขั้นที่ 2 ทำมุมฉาก ณ จุดที่กำหนด
ขั้นที่ 3 ลากเส้นมุมฉาก
ขั้นที่ 3 ใช้ไม้บรรทัดวัดเส้นที่ลากเป็นมุมฉาก ว่ามีความยาวเท่ากันหรือไม่ ถ้าเท่าแสดงว่าเส้นตรงทั้งสองขนานกัน

รูปสามเหลี่ยม (อังกฤษ: triangle) เป็นหนึ่งในรูปร่างพื้นฐานในเรขาคณิต คือรูปหลายเหลี่ยมซึ่งมี3 มุมหรือจุดยอด และมี 3 ด้านหรือขอบที่เป็นส่วนของเส้นตรงรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอด A, B, และ C เขียนแทนด้วย ABC

ในเรขาคณิตแบบยุคลิดจุด 3 จุดใดๆ ที่ไม่อยู่ในเส้นตรงเดียวกัน จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้เพียงรูปเดียว และเป็นรูปที่อยู่บนระนาบเดียว(เช่นระนาบสองมิติ)

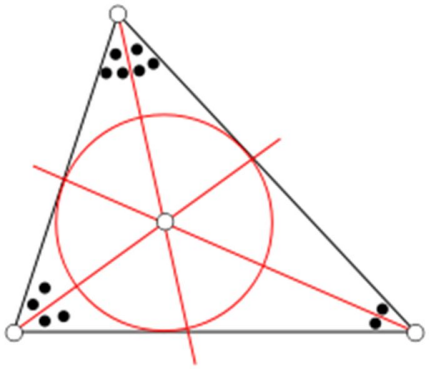
เส้นแบ่งครึ่งตั้งฉาก(perpendicular bisector) คือ เส้นตรงที่ลากผ่านจุดกึ่งกลางของด้าน และตั้งฉากกับด้านนั้น นั่นคือ ทำมุมฉากกับด้านนั้น เส้นแบ่งครึ่งตั้งฉากทั้งสามจะพบกันที่จุดเดียว คือศูนย์กลางวงล้อม (circumcenter) ของรูปสามเหลี่ยม จุดนี้เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมล้อม(circumcircle) ซึ่งเป็นวงกลมที่ลากผ่านจุดยอดทั้งสาม เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมสามารถหาได้จากกฎไซน์ที่กล่าวไปในข้างต้น

ทฤษฎีบทของธาลีส(Thales' theorem) กล่าวว่า ถ้าศูนย์กลางวงล้อมอยู่บนด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมแล้ว มุมตรงข้ามด้านนั้นจะเป็นมุมฉาก นอกจากนี้ ถ้าศูนย์กลางวงล้อมอยู่ในรูปสามเหลี่ยมแล้ว รูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม ถ้าศูนย์กลางวงล้อมอยู่นอกรูปสามเหลี่ยมแล้ว รูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน



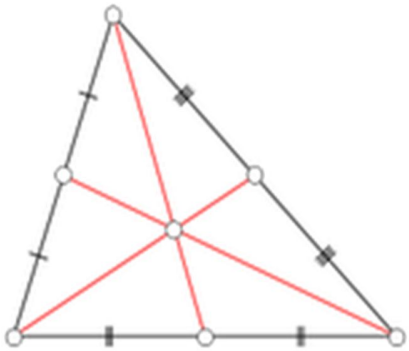
จุดตัดของส่วนสูงคือ จุดออร์โทเซนเตอร์

ส่วนสูง(altitude) ของรูปสามเหลี่ยม คือ เส้นตรงที่ลากผ่านจุดยอดและตั้งฉาก (ทำมุมฉาก)กับด้านตรงข้าม ด้านตรงข้ามนั้นเรียกว่าฐาน (base) ของส่วนสูง และจุดที่ส่วนสูงตัดกับฐาน (หรือส่วนที่ขยายออกมา) นั้นเรียกว่า เท้า (foot)ของส่วนสูง ความยาวของส่วนสูงคือระยะทางระหว่างฐานกับจุดยอด ส่วนสูงทั้งสามจะตัดกันที่จุดเดียว เรียกจุดนั้นว่า จุดออร์โทเซนเตอร์(orthocenter)ของรูปสามเหลี่ยม จุดออร์โทเซนเตอร์จะอยู่ในรูปสามเหลี่ยมก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมนั้นไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน จุดยอดทั้งสามและจุดออร์โทเซนเตอร์นั้นอยู่ในระบบออร์โทเซนตริก(orthocentric system)



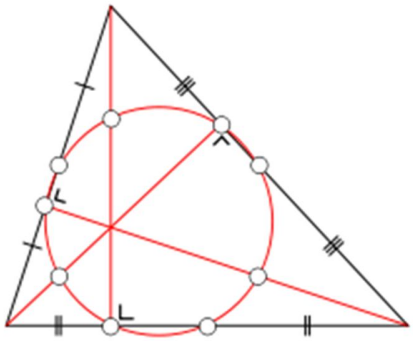
จุดตัดของเส้นแบ่งครึ่งมุม ใช้หาจุดศูนย์กลางของวงกลมแนบใน

เส้นแบ่งครึ่งมุม(angle bisector)คือ เส้นตรงที่ลากผ่านจุดยอด ซึ่งแบ่งมุมออกเป็นครึ่งหนึ่ง เส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสามจะตัดกันที่จุดเดียว คือ จุดศูนย์กลางของวงกลมแนบใน (incircle)ของรูปสามเหลี่ยม วงกลมแนบในคือวงกลมที่อยู่ในรูปสามเหลี่ยม และสัมผัสด้านทั้งสาม มีอีกสามวงกลมที่สำคัญคือ วงกลมแนบนอก (excircle)คือวงกลมที่อยู่นอกรูปสามเหลี่ยมและสัมผัสกับด้านหนึ่งด้านและส่วนที่ขยายออกมาทั้งสอง จุดศูนย์กลางของวงกลมแนบในและวงกลมแนบนอกอยู่ในระบบออร์โทเซนตริก



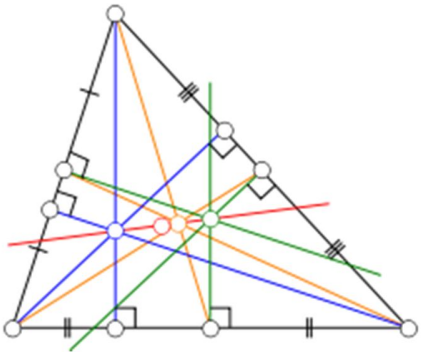
เซนทรอยด์เป็นศูนย์ถ่วง

เส้นมัธยฐาน (median) ของรูปสามเหลี่ยม คือ เส้นตรงที่ลากผ่านจุดยอดและจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้าม ซึ่งจะแบ่งรูปสามเหลี่ยมออกเป็นพื้นที่ที่เท่ากัน เส้นมัธยฐานทั้งสามจะตัดกันที่จุดเดียว คือ เซนทรอยด์ (centroid)ของรูปสามเหลี่ยม จุดนี้จะเป็นศูนย์ถ่วง (center of gravity) ของรูปสามเหลี่ยมด้วย ถ้ามีไม้ที่เป็นรูปสามเหลี่ยม คุณสามารถทำให้มันสมดุลได้ที่เซนทรอยของมันหรือเส้นใดๆที่ลากผ่านเซนทรอยด์ เซนทรอยด์จะแบ่งเส้นมัธยฐานด้วยอัตราส่วน 2:1 นั่นคือระยะทางระหว่างจุดยอดกับเซนทรอยด์ จะเป็นสองเท่าของระยะทางระหว่างเซนทรอยด์กับจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้าม



วงกลมเก้าจุด แสดงความสมมาตรที่จุดหกจุดอยู่บนวงกลมเดียวกัน

จุดกึ่งกลางของด้านทั้งสาม และเท้าของส่วนสูงทั้งสาม จะอยู่บนวงกลมเดียวกัน คือวงกลมเก้าจุด (nine point circle) ของรูปสามเหลี่ยม อีกสามจุดที่เหลือคือจุดกึ่งกลางระหว่างจุดยอดกับจุดออร์โทเซนเตอร์ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของส่วนสูง รัศมีของวงกลมเก้าจุดจะเป็นครึ่งหนึ่งของรัศมีวงกลมล้อม มันจะสัมผัสวงกลมแนบใน (ที่จุด Feuerbach) และสัมผัสวงกลมแนบนอก



เส้นออยเลอร์ คือเส้นที่ลากผ่าน เซนทรอยด์ (สีเหลือง) , จุดออร์โทเซนเตอร์ (สีน้ำเงิน) , ศูนย์กลางวงล้อม (สีเขียว) และจุดศูนย์กลางของวงกลมเก้าจุด (สีแดง)

เซนทรอยด์ (สีเหลือง) , จุดออร์โทเซนเตอร์ (สีน้ำเงิน) , ศูนย์กลางวงล้อม (สีเขียว) และจุดศูนย์กลางของวงกลมเก้าจุด (จุดสีแดง) ทั้งหมดจะอยู่บนเส้นเดียวกัน ที่เรียกว่าเส้นออยเลอร์ (Euler's line) (เส้นสีแดง) จุดศูนย์กลางของวงกลมเก้าจุดจะอยู่กึ่งกลางระหว่างจุดออร์โทเซนเตอร์กับศูนย์กลางวงล้อม ระยะทางระหว่างเซนทรอยด์กับศูนย์กลางวงล้อมจะเป็นครึ่งหนึ่งของระยะทางระหว่างเซนทรอยด์กับจุดออร์โทเซนเตอร์

จุดศูนย์กลางของวงกลมแนบในโดยทั่วไปจะไม่อยู่บนเส้นออยเลอร์

ภาพสะท้อนของเส้นมัธยฐานที่เส้นแบ่งครึ่งมุมของจุดยอดเดียวกัน เรียกว่า symmedian symmedianทั้งสามจะตัดกันที่จุดเดียว คือ จุด symmedian (symmedian point) ของรูปสามเหลี่ยม

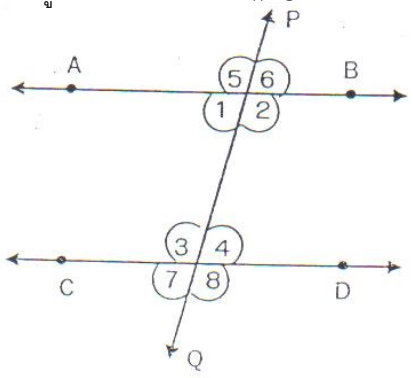
แบบฝึกหัด เรื่องเส้นขนาน

จงเลือกข้อที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว

1. เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน จะขนานกันก็ต่อเมื่อ

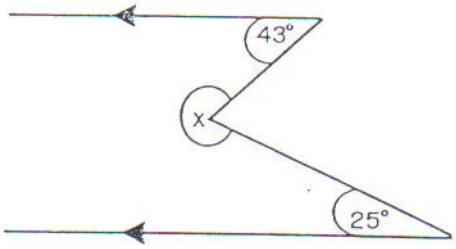
   1. เส้นตรงทั้งสองเส้นไม่ตัดกัน
   2. เส้นตรงทั้งสองเส้นยาวเท่ากัน
   3. เส้นตรงทั้งสองเส้นไม่ตั้งฉากกัน
   4. มีข้อถูกมากกว่า 1 ข้อ

2. จากรูปที่กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ผลบวกของขนาดของมุมในข้อใดรวมกันเท่ากับ 180 องศา



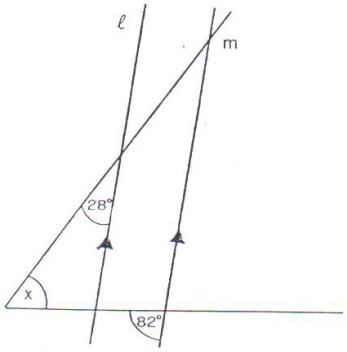
   1. $\hat{5}$ กับ $\hat{8}$
   2. $\hat{4}$ กับ $\hat{6}$
   3. $\hat{3}$ กับ $\hat{2}$
   4. $\hat{2}$ กับ $\hat{7}$

3. จากรูปมุม x มีขนาดกี่องศา



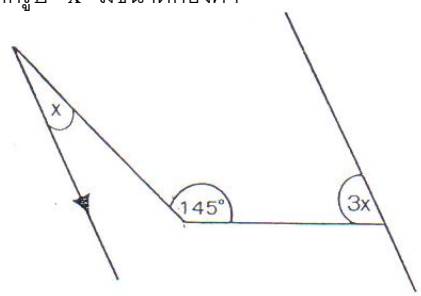
   1. 68°
   2. 108°
   3. 112°
   4. 137°

4. จากรูปที่กำหนดให้ เส้น l // m $\hat{x}$ มีขนาดกี่องศา



   1. 39°
   2. 54°
   3. 70°
   4. 82°

5. จากรูป $\hat{x}$ มีขนาดกี่องศา

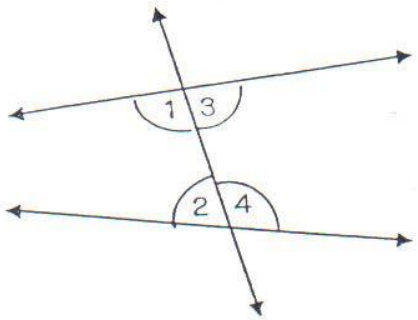


1. 17.5°
2. 11.5°
3. 8.5°
4. 5°

แบบฝึกหัด เรื่องเส้นขนานและมุมภายใน

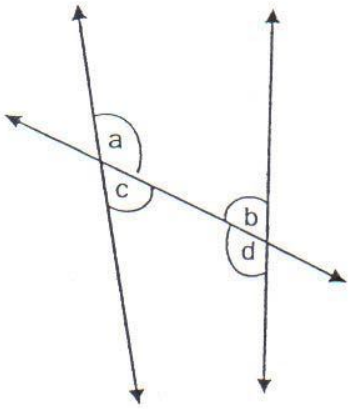
1. ให้นักเรียนบอกว่ามุมคู่ใดที่เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

1)



$\hat{1}$ กับ $\hat{2}$ และ .....

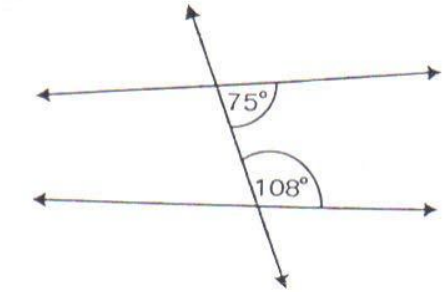
2)



$\hat{a}$ กับ $\hat{b}$ และ .....

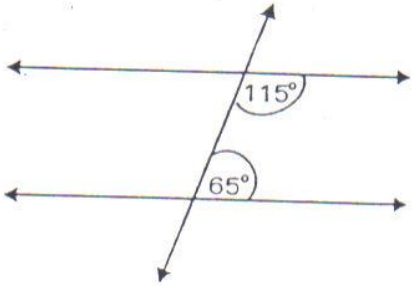
2. ให้นักเรียนพิจารณาว่าเส้นตรงแต่ละคู่ต่อไปนี้ ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1)



……

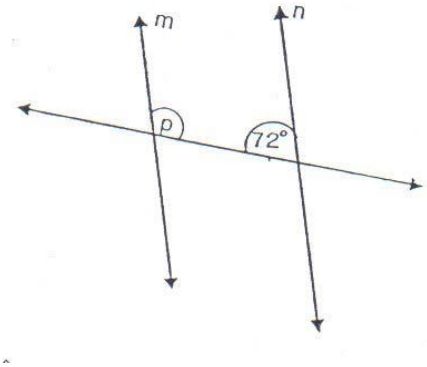
2)



……

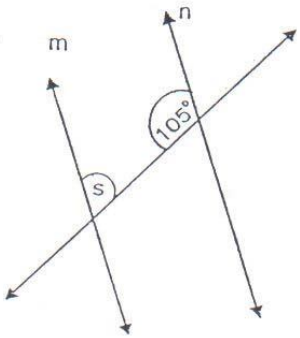
3. กำหนดเส้นตรง m และ n ขนานกันและมีเส้นตัดให้นักเรียนหาค่าของตัวแปรในแต่ละข้อ

1)



$\hat{p}$ = ……

2)

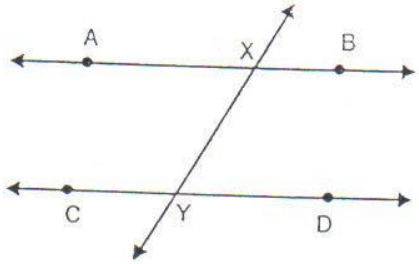


$\hat{s}$ = ……

แบบฝึกหัด เรื่องเส้นขนานและมุมแย้ง

ให้นักเรียนพิจารณาว่ามุมแย้งคู่ใดเท่ากัน

1)

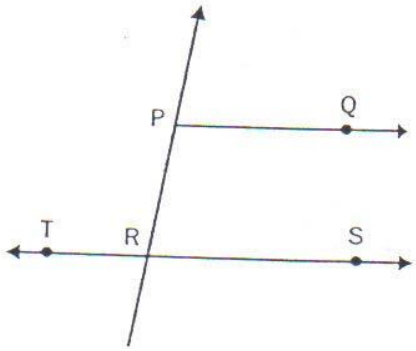


ถ้า $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$ และมีเส้นตัด XY แล้ว

มุมแย้ง $\hat{AXY}$ = ...

และ $\hat{BXY}$ = ...

2)



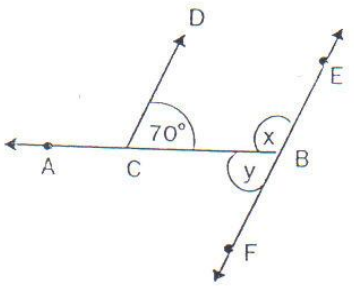
ถ้า $\overleftrightarrow{PQ}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{RS}$ และมีเส้นตัด PR แล้ว

มุมแย้ง $\hat{QPR}$ = ...

แบบฝึกหัดเรื่องมุมภายนอกและมุมภายใน

1. ให้นักเรียนหาค่าตัวแปรในแต่ละข้อต่อไปนี้

1)

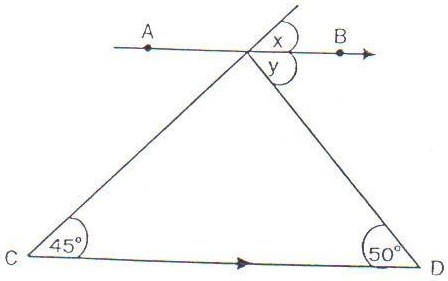


ให้ $\overrightarrow{CD}$ // $\overleftrightarrow{EF}$ และ $\hat{DDB}$ = 70o

$\hat{x}$ = ...

$\hat{y}$ = ...

2)



ให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overline{CD}$

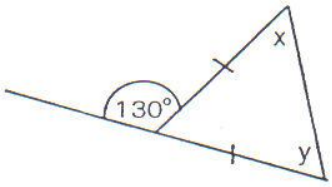
$\hat{x}$ = ...

$\hat{y}$ = ...

แบบฝึกหัดเรื่องรูปสามเหลี่ยมและเส้นขนาน

1. จงหาค่า x , y จากรูปที่กำหนดให้

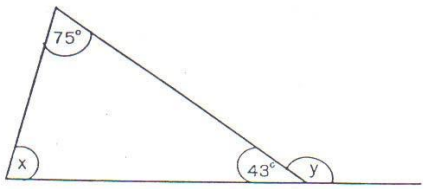
1)



$\hat{x}$ = ...

$\hat{y}$ = ...

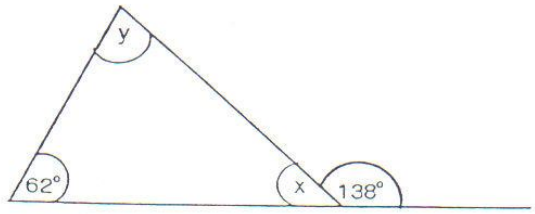
2)



$\hat{x}$ = ...

$\hat{y}$ = ...

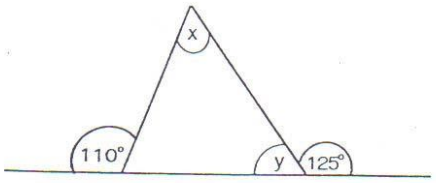
3)



$\hat{x}$ = ...

$\hat{y}$ = ...

4)



$\hat{x}$ = ...

$\hat{y}$ = ...

เฉลยแบบฝึกหัด เรื่องเส้นขนาน

1. (1) 2. (4) 3. (3) 4. (2) 5. (1)

เฉลยแบบฝึกหัดเรื่องเส้นขนานและมุมภายใน

1. เฉลย 1) $\hat{3}$ กับ $\hat{4}$ 2) $\hat{e}$ กับ $\hat{d}$

2. เฉลย 1) ไม่ขนานกันเพราะ $75^\circ + 108^\circ \neq 180^\circ$

2) ขนานกันเพราะ $115^\circ + 65^\circ = 180^\circ$

3. เฉลย 1) $\hat{p} = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$

2) $\hat{s} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

เฉลยแบบฝึกหัดเรื่องเส้นขนานและมุมแย้ง

1. เฉลย 1) $\hat{PQD}$ 2) $\hat{b}$

$\hat{PQC}$ $\hat{c}$

2. เฉลย 1) $\hat{XYD}$ 2) $\hat{PRT}$

$\hat{XYC}$

เฉลยแบบฝึกหัดเรื่องมุมภายนอกและมุมภายใน

เฉลย 1) $\hat{x} = 110^\circ$, $\hat{y} = 70^\circ$

เฉลย 2) $\hat{x} = 45^\circ$, $\hat{y} = 50^\circ$

เฉลยแบบฝึกหัดเรื่องรูปสามเหลี่ยมและเส้นขนาน

1. เฉลย $\hat{x} = 65^\circ$, $\hat{y} = 65^\circ$

2. เฉลย $\hat{x} = 62^\circ$, $\hat{y} = 137^\circ$

3. เฉลย $\hat{x} = 42^\circ$, $\hat{y} = 76^\circ$

4. เฉลย $\hat{x} = 55^\circ$, $\hat{y} = 55^\circ$

ที่มา https://sites.google.com/site/bumbim54811426/hnwy-thi4-sen-khnan/4-1-sen-khnan-laea-mum-phayni